

Cours de physique mathématique [Document électronique]. Electricité et optique. La lumière et les théories électro- dynamiques : leçons professées à la Sorbonne en 1888, 1890 et 1899 / par H. Poincaré ; 2 éd. rev. et complétée par Jules Blondin,... Eugène Néculea,...

p3

Formules de l'électrostatique. I-avant d'entreprendre l'exposé des idées de Clerk Maxwell sur l'électricité, nous commencerons par résumer rapidement les hypothèses fondamentales des théories actuellement en usage et nous rappellerons les théorèmes généraux de l'électricité statique, en introduisant dans les formules les notations de Maxwell. 2 *théorie des deux fluides*. -dans la *théorie des deux fluides*, les corps qui ne sont pas électrisés, en d'autres termes, qui sont à l'état neutre, sont supposés chargés de quantités égales d'électricité positive et d'électricité négative. On admet en outre que ces quantités sont assez grandes pour qu'aucun procédé d'électrisation ne permette d'enlever à un corps toute son électricité de l'une ou l'autre espèce. 3-des expériences de Coulomb et de la définition des quantités d'électricité, il résulte que deux corps placés dans l'air et chargés de quantités M et (...) d'électricité, exercent entre eux une force donnée par l'expression (...), où R désigne la distance des deux corps électrisés, supposée très grande par rapport aux dimensions de ces corps. Une valeur négative de F indique une répulsion entre les corps ; à une valeur

p4

positive correspond une force attractive. F est un coefficient numérique dont la valeur dépend de l'unité adoptée pour la mesure des quantités d'électricité. 4 *théorie du fluide unique*. -dans la *théorie du fluide unique*, à laquelle se rattache la théorie de Maxwell, un corps à l'état neutre est supposé contenir une certaine quantité d'électricité positive. Quand un corps contient une quantité d'électricité positive plus grande que cette charge normale, il est dit chargé positivement ; dans le cas contraire, il est chargé négativement. Pour expliquer dans cette théorie les attractions et les répulsions électriques,

on admet que les molécules d' électricité se repoussent, que les molécules de matière se repoussent également, tandis qu' il y a au contraire attraction entre les molécules d' électricité et les molécules de matière. Ces attractions et ces répulsions sont d' ailleurs supposées s' exercer suivant la droite qui joint les molécules et en raison inverse du carré de la distance. Dans ces conditions, la quantité d' électricité positive contenue dans un corps à l' état neutre, doit être telle que la répulsion qu' elle exerce sur une molécule électrique extérieure au corps soit égale à l' attraction exercée sur cette molécule par la matière du corps. 5 *expression de la force électrique dans la théorie du fluide unique. -les forces qui agissent entre deux corps électrisés sont alors au nombre de quatre : celle qui s' exerce entre les charges électriques, la répulsion de la matière qui constitue les corps, enfin les deux attractions qui ont lieu entre l' électricité qui charge l' un des corps et la matière qui forme l' autre. Si nous désignons par R la distance qui sépare les corps, par $(..)$ leurs charges électriques respectives, et par leurs masses matérielles, nous aurons : pour la force s' exerçant entre les masses matérielles, $(..)$;*

p5

pour les attractions entre l' électricité et la matière, $(..)$; pour la répulsion entre les charges électriques, $(..)$. La résultante de ces forces sera $(..)$, ou $(..)$. Telle est l' expression générale de la force qui s' exerce entre deux corps électrisés. Cette force doit se réduire à l' attraction newtonienne, quand les corps considérés sont à l' état neutre. C' est ce qui aura lieu si la charge normale d' un corps à l' état neutre a pour valeur $(..)$ et si, puisque la force doit être attractive, on a $(..)$. 6-si nous désignons par M l' excès de charge d' un conducteur électrisé sur sa charge normale à l' état neutre, la formule devient $(..)$. Elle se réduit à la formule quand on laisse de côté l' attraction newtonienne. La théorie du fluide unique conduit donc pour les attractions et les répulsions électriques à la même expression que la théorie des deux fluides. Toutes les conséquences de la formule subsistent par conséquent dans la théorie du fluide unique.

p6

7 *unité électrostatique de quantité. -par le choix d' une unité convenable de quantité d' électricité, on peut faire en sorte que le coefficient numérique F de la formule devienne égal à 1. L' unité de quantité ainsi choisie est l' unité électrostatique de quantité d' électricité ; c' est la quantité d' électricité qui, agissant sur une quantité égale placée dans l' air à l' unité de distance, exerce sur elle une force égale à l' unité de force. On a alors pour la valeur de la force qui s' exerce entre deux masses électriques M et $(..)$ placées dans l' air à une distance R , $(..)$. 8 *potentiel. Composantes de la**

force électrique. -on appelle *potentiel en un point*, le travail de la force électrique agissant sur l'unité d'électricité positive quand celle-ci va du point considéré à l'infini. dans le cas particulier où les masses électriques sont distribuées dans l'air, le potentiel a pour valeur (...) étant la distance du point considéré à la masse (...) et la sommation s'étendant à toutes les masses électriques du champ. Nous désignerons par (...) le potentiel en un point P, pour nous conformer aux notations de Maxwell. Si en P se trouve une masse électrique égale à (...), les composantes suivant trois axes de coordonnées de la résultante des actions électrostatiques qui s'exercent sur P, sont, (...). 9-si on suppose le point P à l'intérieur d'un conducteur homogène et en équilibre électrique la résultante des actions électrostatiques qui s'exercent sur ce point doit être nulle, car autrement l'équilibre serait détruit. Les dérivées partielles du potentiel, (...) sont donc nulles ; par suite le potentiel est constant à l'intérieur du conducteur.

p7

Io *flux de force*. -considérons un élément de surface (...) et par un point G / Figi / de cet élément menons la demi-normale Gn dans un sens quelconque que nous prendrons comme sens positif. Une masse d'électricité égale à l'unité située en ce point sera soumise à une force Gf dont la projection sur Gn a pour expression (...), (...) étant le potentiel en G, et (...) les cosinus directeurs de la demi-normale Gn. Cette expression peut encore s'écrire (...), Dn désignant une longueur infiniment petite (...) portée dans le sens positif de la normale et (...) la variation du potentiel quand on passe du point G au point (...). Le produit (...) de cette force par l'élément de surface (...) est ce que nous appellerons le *flux de force* à travers l'élément (...). Le flux de force à travers une surface finie sera la valeur de l'intégrale (...) étendue à tous les éléments de la surface. Ii *théorème de Gauss*. -lorsque la surface est fermée la valeur absolue de cette intégrale est (...), M désignant la quantité totale d'électricité libre contenue à l'intérieur de la surface ; quant au signe il dépend du choix de la direction positive de la normale. Si l'on convient de prendre pour direction positive de la normale en un point de la surface celle qui est extérieure à la

p8

surface, le flux a pour valeur (...) ; on dit alors que le flux sort de la surface. On peut donc énoncer le théorème suivant : le flux de force qui sort d'une surface fermée à l'intérieur de laquelle se trouve une quantité d'électricité libre M est égal à (...). I 2 *relation de Poisson*. -il existe entre la densité électrique cubique (...) en un point d'un corps électrisé et les dérivées secondes du potentiel en ce point une relation importante due à Poisson. Elle s'obtient très

simplement en écrivant que, d'après le théorème précédent, le flux de force qui entre à travers un parallépipède rectangle infiniment petit, de côtés Dx , Dy , Dz , contenant le point considéré est égal à $(..)$. On a alors $(..)$. Maxwell désigne le premier membre de cette relation par $(..)$, notation qui se rattache à la théorie des quaternions dont Maxwell fait d'ailleurs un usage constant. Nous continuerons à désigner cette somme de dérivées secondes par la notation habituelle $(..)$. Le potentiel étant constant à l'intérieur d'un conducteur, on a et par suite, d'après la relation de Poisson, $(..)$. à l'intérieur d'un conducteur, il n'y a donc pas d'électricité libre. Une autre conséquence de la relation de Poisson est qu'en tout point du diélectrique où il n'y a pas d'électricité libre on a $(..)$. Par conséquent, le potentiel est une fonction constante à l'intérieur d'un conducteur, tendant vers zéro à l'infini et telle que l'on a $(..)$ en tout point non électrisé d'un diélectrique. I 3 *flux d'induction*. -lorsque le diélectrique qui sépare les conducteurs est un corps autre que l'air, les phénomènes électriques mesurables changent de valeur. Aussi a-t-on été conduit à introduire dans les formules un facteur que l'on appelle *pouvoir inducteur spécifique du diélectrique*. Maxwell le désigne par K .

p9

Le produit du flux de force élémentaire par ce facteur est nommé flux d'induction. Le *flux d'induction à travers une surface finie* est la valeur de l'intégrale $(..)$, étendue à tous les éléments de la surface. Quand la surface est fermée nous admettons / ce que l'expérience confirme / que la valeur de cette intégrale est $(..)$, la direction positive de la normale étant extérieure à la surface. Dans le cas où le pouvoir inducteur spécifique est constant on a $(..)$. I 4 *potentiel d'une sphère électrisée en un point extérieur*. -la considération du flux de force permet de trouver facilement la valeur en un point P / Fig 2 / du potentiel résultant d'une sphère conductrice électrisée S placée dans l'air. On trouve pour cette valeur $(..)$, M désignant la charge de la sphère et R la distance du point au centre de la sphère. De même la considération du flux d'induction donne la valeur du potentiel en P quand la sphère est placée dans un diélectrique homogène dont le pouvoir inducteur spécifique est K . Du centre O de la sphère et avec un rayon égal à Op décrivons une sphère $(..)$. Par raison de symétrie, le potentiel a la même valeur en tout point de $(..)$; par suite, $(..)$

p10

est constant sur cette surface. On a donc pour le flux d'induction à travers $(..)$. La surface étant fermée le flux d'induction est égal à $(..)$. Par conséquent nous avons $(..)$, ou $(..)$, et par suite $(..)$, la constante d'intégration étant nulle puisque

le potentiel a pour valeur zéro quand R est infini. Le potentiel en un point d' un diélectrique de pouvoir inducteur spécifique K est donc, dans le cas d' une sphère, égal au quotient par K de la valeur qu' aurait eue le potentiel en ce point si le diélectrique eût été l' air. Il en est encore ainsi si, au lieu d' une sphère conductrice électrisée, le champ électrique est constitué par des masses électriques quelconques. I 5 remarques. -cette conséquence nous permet de trouver l' expression de la force qui s' exerce entre deux molécules électriques A et (..) de masses M et (..) situées dans un diélectrique homogène. En effet, soit (..) la valeur du potentiel au point où se trouve placée la masse (..). La force électrique qui s' exerce sur cette masse est $\frac{M}{R^2}$, R désignant la distance des deux molécules supposées seules dans le champ. Or si le diélectrique était l' air, le potentiel au point (..) serait (..) ; sa valeur dans un diélectrique de pouvoir inducteur spécifique K est donc, d' après ce qui

p11

précède, (..) et la dérivée de cette quantité est (..). Par suite, nous obtenons pour la force électrique (..) ; elle est la K partie de la force qui s' exercerait entre les mêmes masses électriques situées dans l' air. La relation qui existe entre les valeurs que prend le potentiel en un même point suivant que le diélectrique est l' air, ou tout autre corps, permet de savoir comment doivent varier les charges avec le diélectrique pour que le potentiel en un point conserve la même valeur quel que soit le diélectrique. Il est en effet évident que, puisque pour des charges identiques le potentiel se trouve divisé par K , il faut, pour avoir le même potentiel en un point, que les charges situées dans le diélectrique de pouvoir inducteur K soient K fois plus grandes que dans l' air. Si donc nous considérons deux petites sphères électrisées et que nous maintenions constante la différence de potentiel entre ces deux sphères, l' attraction qui s' exercera entre elles sera proportionnelle au pouvoir inducteur du diélectrique qui les sépare. En effet, les potentiels étant constants les charges M et (..) des deux sphères seront en raison directe de K et l' attraction doit être proportionnelle à (..). Ainsi l' attraction électrostatique varie en raison directe de K si ce sont les potentiels qu' on maintient constants, et en raison inverse de K si ce sont les charges qui demeurent constantes . I 6 extension de la relation de Poisson. - comme nous l' avons dit, la relation de Poisson s' obtient en écrivant que le flux de force qui entre à travers les faces d' un parallépipède rectangle est égal à (..). Le flux d' induction à travers une surface fermée étant égal à (..), comme le flux de force à travers cette surface, nous trouverons une relation analogue à celle de Poisson en écrivant que le flux d' induction qui entre à travers les faces d' un parallépipède élémentaire est égal à (..). Nous pouvons d' ailleurs arriver très simplement à cette relation en nous servant du lemme qui sert ordinairement à la

démonstration du théorème de Green, lemme exprimé analytiquement par l' égalité (...), dans laquelle la première intégrale est étendue à une surface fermée et la seconde au volume limité par cette surface, (...) désignant le cosinus de l' angle formé par l' axe des X et la normale à l' élément (...) de la surface et F une fonction quelconque, mais continue, des coordonnées. Appliquons ce lemme à l' intégrale du flux d' induction à travers une surface fermée, (...). Nous avons (...); et en ajoutant (...). Si nous désignons par (...) la densité cubique en chaque point, nous avons ,

et par suite, (...). Cette égalité ayant lieu quel que soit le volume considéré, elle sera vraie pour un volume infiniment petit ; nous obtenons donc (...). Dans le cas particulier où le diélectrique est homogène, c' est-à-dire dans le cas où K ne dépend pas des coordonnées, cette relation se réduit à (...).

Théorie du déplacement électrique de Maxwell. I 7 *fluide inducteur*. -la caractéristique de la théorie de Maxwell est le rôle prépondérant qu' y jouent les diélectriques. Maxwell suppose toute la matière des diélectriques occupée par un fluide élastique hypothétique, analogue à l' *ether* qui, en optique, est supposé remplir les corps transparents ; il l' appelle *électricité* . Nous verrons par la suite la raison de cette dénomination ; mais comme elle peut introduire dans l' esprit une confusion regrettable pour la clarté de l' exposition, nous donnerons le nom de *fluide inducteur* à ce *fluide hypothétique*, conservant au mot *électricité* sa signification habituelle. Quand tous les conducteurs situés dans le diélectrique sont à l' état neutre le fluide inducteur est en équilibre normal . Quand, au contraire, ces conducteurs sont électrisés et que leur système est dans l' état que l' on définit dans la théorie ordinaire en disant que le système est en équilibre électrique, le fluide inducteur prend un nouvel état d' équilibre que Maxwell appelle équilibre contraint . I 8 déplacement électrique. -lorsqu' une molécule du fluide inducteur est dérangée de sa position d' équilibre normal, Maxwell dit qu' il y a déplacement électrique . Les composantes du déplacement sont les accroissements des coordonnées de la molécule ; il les désigne par les lettres F, G, H, et il admet qu' elles ont respectivement pour valeurs : .

Il résulte de cette hypothèse, dont nous verrons l' origine, des relations entre les composantes du déplacement et la quantité d'

électricité libre contenue à l'intérieur d'une surface fermée et, d'autre part, entre les dérivées de ces composantes et la densité électrique en un point. En effet, si nous portons les valeurs des dérivées partielles de (\cdot) , tirées des relations, dans l'expression du flux d'induction à travers une surface fermée, (\cdot) (\cdot) désignant toujours les cosinus directeurs de la normale extérieure. En second lieu, si nous portons ces valeurs dans la relation de Poisson étendue au cas d'un diélectrique quelconque, nous avons (\cdot) . I 9 incompressibilité du fluide inducteur et de l'électricité. -l' étude des conséquences de ces relations conduit à regarder le fluide inducteur et l'électricité comme deux fluides incompressibles. D'abord, de l'hypothèse de Maxwell sur la valeur des composantes du déplacement en un point, il résulte immédiatement que si l'électricité est en mouvement le fluide inducteur y est aussi. En effet, si nous modifions les charges électriques des conducteurs placés à l'intérieur d'un diélectrique, nous faisons varier en même temps la valeur du potentiel (\cdot) en un point quelconque du diélectrique, et, par conséquent les valeurs F, G, H des composantes du déplacement électrique qui sont données par les relations.

p16

2 o-cela posé, considérons une surface fermée dont l'intérieur est occupé par un diélectrique homogène et par des conducteurs en équilibre électrique possédant une charge totale M. Donnons à cette charge un accroissement Dm et supposons que le système des conducteurs soit encore en équilibre électrique. Le fluide inducteur passe d'un état d'équilibre contraint à un second état d'équilibre contraint et pendant ce passage il y a déplacement de chacune de ses molécules puisqu'il y a mouvement de l'électricité. Cherchons la quantité de ce fluide qui a traversé la surface fermée. Si Dt est le temps infiniment petit pendant lequel s'est effectué le passage de l'état initial du système à l'état final, la quantité de fluide inducteur qui est sortie par un élément (\cdot) de la surface est (\cdot) , (\cdot) étant la projection de la vitesse du déplacement sur la normale extérieure à la surface fermée. La quantité de fluide inducteur qui sort de la surface est donc, pendant le même temps, (\cdot) . Mais puisque F, G, H désignent les composantes du déplacement, (\cdot) sont les composantes de la vitesse, et par suite la composante normale (\cdot) pour valeur (\cdot) . Portons cette expression dans celle de Dq , nous obtenons (\cdot) . L'intégrale du second membre de cette égalité n'est autre chose que la dérivée par rapport au temps du premier membre de la relation. Nous avons donc (\cdot) ,

p17

c'est-à-dire que la quantité de fluide inducteur qui sort de la surface est égale à la quantité d'électricité qui y entre. Tout se passe donc comme si l'électricité chassait le fluide

inducteur, ou en d' autres termes, comme si le fluide inducteur et l' électricité étaient deux fluides incompressibles. 2 i- remarquons d' ailleurs que l' incompressibilité du fluide inducteur pouvait se déduire immédiatement de la relation. Cette relation devient, quand on considère un point du fluide inducteur contenu dans un diélectrique à l' état neutre, (..). Son premier membre n' est autre que la quantité que nous avons désignée par dans un autre ouvrage et nous avons démontré que la condition exprimait l' incompressibilité du fluide.

p20

26 courants de conduction et courants de déplacement. -les courants fermés qui ont lieu à travers un circuit conducteur sont appelés courants de conduction ; les courants résultant du déplacement du fluide inducteur, sont nommés courants de déplacement . Lorsque dans un même circuit fermé nous aurons à la fois des courants de conduction et des courants de déplacement , ce circuit ne sera autre qu' un circuit ouvert de la théorie ordinaire. Mais outre ces circuits et ceux qui ne comprennent que des courants de conduction, les seuls que l' on considère dans la théorie ordinaire, nous rencontrerons dans la théorie de Maxwell des circuits fermés comprenant uniquement des courants de déplacement ; ces derniers circuits joueront un rôle considérable dans l' explication des phénomènes lumineux.

p21

Les courants de conduction étant ceux qui se produisent dans les circuits bons conducteurs, ils doivent nécessairement obéir, pour être d' accord avec l' expérience, aux lois de Ohm, de Joule, à celle d' Ampère sur les actions mutuelles de deux éléments de courants et aux lois de l' induction. Quant aux courants de déplacement nous ne savons rien sur les lois auxquelles ils obéissent ; le champ est donc ouvert aux hypothèses. Maxwell admet qu' ils obéissent à la loi d' Ampère et aux lois de l' induction mais que les lois de Ohm et de Joule ne leur sont pas applicables, ces courants ne rencontrant à leur établissement d' autre résistance que celle qui résulte de l' élasticité du fluide inducteur, résistance de nature tout à fait différente de celle de la résistance des conducteurs. 27 énergie potentielle d' un système électrisé. -considérons un système de conducteurs chargés d' électricité positive et d' électricité négative. Ces charges représentent une certaine énergie potentielle. Dans la théorie ordinaire cette énergie potentielle est due aux travaux des attractions et des répulsions qui s' exercent entre les différentes masses électriques du système ; dans la théorie de Maxwell, elle est due à l' élasticité du fluide inducteur qui est dérangé de sa position d' équilibre normal. Cette énergie, qui est susceptible d' être mesurée, doit avoir dans les deux théories la même valeur, et par conséquent les expressions qui permettent d' en calculer la valeur doivent être identiques. C'

est en faisant cette identification que nous trouverons de nouvelles propriétés du fluide inducteur.

p29

37 distribution électrique. -pour achever de justifier les hypothèses de Maxwell, il nous faut maintenant montrer que les lois expérimentales de la distribution électrique en sont une conséquence nécessaire. Commençons par rappeler ces lois. On sait que cette distribution ne dépend que d'une certaine fonction (..) , le potentiel, assujettie à diverses conditions. Dans toute l'étendue du diélectrique cette fonction (..) est continue ainsi que ses dérivées et satisfait à la relation (..) ; en tout point d'un conducteur elle a une valeur constante, mais en un point de la surface ses dérivées ne sont pas continues. Enfin cette fonction s'annule pour les points situés à l'infini. L'étude de la distribution électrique sur un conducteur conduit à introduire une nouvelle quantité, la densité électrique superficielle. Si nous désignons par Q la quantité d'électricité répandue sur un élément de surface (..), la relation de Poisson, étendue au cas où le diélectrique est autre que l'air, donne (..). La densité superficielle (..) a donc pour expression (..).

p30

Mais on peut supposer que la couche de fluide électrique répandue à la surface a une densité constante et que son épaisseur est proportionnelle à (..) ; c'est à cette dernière interprétation que nous nous attacherons.

p35

Théorie des diélectriques de Poisson. Comment elle peut se rattacher à celle de Maxwell. 43 hypothèses de Poisson sur la constitution des diélectriques. -dans la théorie de Poisson le rôle des diélectriques est bien moins important que dans celle de Maxwell. Pour Poisson, le diélectrique n'a d'autre but que d'empêcher le mouvement de l'électricité. Mais pour expliquer l'augmentation de capacité d'un condensateur quand on y remplace la lame d'air par une autre substance non conductrice, une hypothèse est nécessaire. Une difficulté analogue rencontrée dans la théorie du magnétisme avait été résolue de la manière suivante par Poisson. Il s'agissait d'expliquer le magnétisme induit. Poisson regarde un morceau de fer doux aimanté par influence comme un assemblage d'éléments magnétiques séparés les uns des autres par des intervalles inaccessibles au magnétisme et de dimensions très petites. Dans chacun de ces éléments, auxquels Poisson attribue pour plus de simplicité la forme sphérique, les deux fluides magnétiques peuvent se séparer et circuler librement. Mossotti n'a eu qu'à transporter cette théorie en électrostatique pour expliquer les phénomènes observés dans les diélectriques. Dans cette hypothèse, l'air est le seul diélectrique homogène ; quant aux autres

diélectriques, il se les représente comme constitués par de petites sphères conductrices disséminées dans une substance non conductrice jouissant des mêmes propriétés que l' air. Les phénomènes attribués au pouvoir inducteur spécifique s' expliquent alors par les effets répulsifs et attractifs de l' électricité induite par influence dans les sphères conductrices.

p36

44-dans cette théorie comme dans celle de Maxwell il existe des courants de déplacement. En effet, supposons un diélectrique autre que l' air en présence de conducteurs électrisés ; l' électricité neutre des sphères conductrices du diélectrique est décomposée : un hémisphère se trouve chargé positivement, l' autre négativement. Si alors on met les conducteurs en communication avec le sol, l' influence sur les sphères du diélectrique cesse et ces sphères reviennent à l' état neutre ; l' électricité se déplace donc d' un hémisphère à l' autre, par suite, il y a des courants de déplacement. Il est probable que c' est la conception de Poisson et Mossotti sur la nature des diélectriques qui a conduit Maxwell à sa théorie. Il dit l' avoir déduite des travaux de Faraday et n' avoir fait que traduire sous une forme mathématique les vues de ce célèbre physicien ; or, Faraday avait adopté les idées de Mossotti / Cf Experimental Researches, Faraday, série Xiv, (..) /. Ajoutons que, ainsi que nous le verrons bientôt, l' intensité des courants de déplacement n' a pas la même valeur dans la théorie de Poisson et dans celle de Maxwell. Nous montrerons cependant comment on peut faire concorder les deux théories. 45-on a fait malheureusement à la théorie du magnétisme de Poisson de graves objections et il est certain que les calculs du savant géomètre ne sont nullement rigoureux. Ces objections s' appliquent naturellement à la théorie de Mossotti qui n' en diffère pas au point de vue mathématique. C' est ce qui me décide à ne pas reproduire ici ces calculs, je me bornerai à renvoyer le lecteur qui désirerait en faire une étude approfondie, aux sources suivantes. Le mémoire original de Poisson, sur la théorie du magnétisme a paru dans le tome V des mémoires de l' académie des sciences / I 82 i-I 822 /. Une théorie plus élémentaire, mais passible des mêmes objections, est exposée dans le tome Ier des leçons sur l' électricité et le magnétisme de Mm Mascart et Joubert / Pi 62 à 77 /. C' est celle que j' avais développée dans mes leçons. Je renverrai également à l' article 3 i 4 de la seconde édition de Maxwell, où le savant anglais présente d' une façon très originale une théorie identique au point de vue mathématique à celle de

p37

Poisson et de Mossotti, mais s' appliquant à un problème physique très différent, celui d' un courant électrique à travers un conducteur hétérogène. Mais je recommanderai surtout la

lecture du mémoire de M Duhem sur l' aimantation par influence / Paris, Gauthier-Villars, I 888 ; et annales de la faculté des sciences de Toulouse /, où les calculs de Poisson et les objections qu' on y peut faire sont exposés avec la plus grande clarté. Je vais maintenant développer la théorie en cherchant à me mettre à l' abri de ces objections ; pour cela, j' ai besoin de connaître la distribution de l' électricité induite par une sphère placée dans un champ uniforme.

p48

6 o-nous avons vu que dans la théorie de Poisson et Mossotti la polarisation des petites sphères conductrices varie quand on fait varier le champ électrique dans lequel elles se trouvent placées, et que les courants qui se produisent dans ces petites sphères et résultant de cette variation peuvent être comparés aux courants de déplacement de Maxwell. Il importe de comparer l' intensité de ces courants de déplacement dans les deux théories. Pour cela je vais calculer la valeur de (..) du déplacement électrique dans la théorie de Mossotti et la comparer à la valeur de F que nous venons de trouver. Chacune de nos sphères est polarisée comme si elle était soumise à l' action d' un champ uniforme d' intensité (..). Donc d' après ce que nous avons vu au N 49 tout se passe comme s' il existait deux sphères de même rayon que la sphère conductrice, l' une remplie de fluide positif de densité I , l' autre de fluide négatif de densité I , et si la sphère négative, coïncidant dans l' état d' équilibre normal avec la sphère positive, subissait sous l' influence d' un champ uniforme d' intensité (..) un déplacement (..) donné par la formule . Tout se passera donc comme s' il y avait déplacement en bloc des fluides électriques de chacune des petites sphères. Mais, les

p49

sphères conductrices n' occupent pas le volume entier du diélectrique ; elles sont séparées entre elles par un milieu isolant jouissant des mêmes propriétés que l' air, et la somme de leurs volumes est au volume total du diélectrique dans le rapport de H à I . La somme des charges positives qui se trouvent sur ces sphères est donc H fois plus petite que la somme de ces mêmes charges dans l' hypothèse où tout le volume de diélectrique serait occupé par des sphères conductrices. Comme il en est de même des charges négatives, il revient au même d' admettre que chacun des fluides est répandu dans tout le diélectrique avec une densité H , ou que chacun d' eux n' occupe qu' une fraction H du volume du diélectrique avec une densité I . La valeur du déplacement moyen sera évidemment la même dans les deux cas. Si nous adoptons la première hypothèse nous pourrions appliquer à la sphère diélectrique les formules du N 49 en y remplaçant X_0 par Hx_0 , puisque dans ces formules la densité est supposée égale à I et que maintenant elle est H . Cette quantité Hx_0 est donc le déplacement moyen que subit le fluide négatif dans le

diélectrique soumis à l'influence du champ. Si nous remplaçons X_0 par sa valeur tirée de l'équation nous avons pour ce déplacement (..) et par suite pour le déplacement du fluide positif par rapport au fluide négatif, qui ne diffère que par le signe du précédent, (..). Mais si par suite de cette relation les actions extérieures des diélectriques sont les mêmes dans les deux théories, les intensités des courants de déplacement n'ont pas la même valeur dans l'une et dans l'autre. En effet, si nous portons cette valeur de H dans l'expression de (..) nous obtenons pour la valeur du déplacement dans la théorie de Poisson (..),

p50

qui diffère de celle du déplacement dans la théorie de Maxwell, donnée par la formule. Le rapport de ces quantités est (..) ; c' est aussi le rapport des intensités des courants de déplacement dans les deux théories. Dans l'air l'intensité du courant de déplacement est nulle quand on adopte les idées de Poisson puisque la formule donne (..) et que le pouvoir inducteur spécifique de l'air est l'unité. Dans la théorie de Maxwell, le déplacement dans l'air a, d'après la formule, la valeur (..), et par suite, contrairement à ce qui a lieu dans la théorie de Poisson, l'intensité du courant de déplacement n'est pas nulle dans ce milieu. C'est là la différence la plus importante qui existe entre les deux théories dont nous venons de comparer les conséquences.

p72

82 discussion. -la théorie précédente, considérée en elle-même, rend bien compte des lois connues des attractions électrostatiques. Si on l'adopte, il faudra admettre que ces attractions sont dues à des pressions et à des tensions qui se développent dans un fluide élastique particulier qui remplirait les diélectriques.

p73

Mais il faudra supposer en même temps que les lois de l'élasticité de ce fluide diffèrent absolument des lois de l'élasticité des corps matériels que nous connaissons, des lois de l'élasticité admises pour l'éther luminifère, qu'elles diffèrent enfin des lois que nous avons été conduits à admettre pour l'élasticité du fluide inducteur. Pour ces deux fluides hypothétiques en effet, comme pour les fluides pondérables eux-mêmes, les forces élastiques sont proportionnelles aux déplacements qui les produisent, et il en serait de même des variations de pression dues à l'action de ces forces. La pression, quelles que soient d'ailleurs les hypothèses complémentaires que l'on fasse, devrait donc s'exprimer linéairement à l'aide du potentiel et de ses dérivées. Au contraire nous venons d'être conduits à des valeurs de la

pression qui sont du 2^e degré par rapport aux dérivées du potentiel. Une fois que, rompant avec des habitudes d'esprit invétérées, nous aurons consenti à attribuer ces propriétés paradoxales au fluide hypothétique qui remplit les diélectriques, nous n'aurons plus d'objection à faire à la théorie précédente considérée en elle-même. Mais cependant, si elle n'implique pas de contradiction interne, on peut se demander si elle est compatible avec les autres théories de Maxwell, par exemple avec la théorie du déplacement électrique que nous avons exposée plus haut sous le nom de théorie du fluide inducteur. Il est évident que la conciliation entre ces deux théories est impossible ; car nous avons été conduits à attribuer au fluide inducteur une pression égale à $(..)$; au contraire dans la théorie nouvelle la pression du fluide qui remplit les diélectriques a une valeur toute différente. Il ne faut pas attribuer à cette contradiction trop d'importance. J'ai exposé plus haut en effet les raisons qui me font penser que Maxwell ne regardait la théorie du déplacement électrique ou du fluide inducteur que comme provisoire, et que ce fluide inducteur auquel il conservait le nom d'électricité, n'avait pas à ses yeux plus de réalité objective que les deux fluides de Coulomb. 83-malheureusement il y a une difficulté plus grave. Pour

p74

Maxwell, et c'est un point auquel il tenait évidemment beaucoup, l'énergie potentielle, $(..)$ est localisée dans les divers éléments de volume du diélectrique, de telle façon que l'énergie contenue dans l'élément $(..)$ a pour valeur $(..)$ ou, en supposant, pour simplifier, et appelant F la force électromotrice ; $(..)$. Si donc F subit un accroissement très petit Df , cette énergie devra subir un accroissement égal à : $(..)$. Nous prendrons comme élément de volume $(..)$ un parallélépipède rectangle infiniment petit dont une arête sera parallèle à la force électromotrice F et dont les trois arêtes auront pour longueurs $(..)$, de telle sorte que $(..)$. Cherchons une autre expression de cette énergie. Il est naturel de supposer que cet accroissement Dw de l'énergie localisée dans cet élément $(..)$ est dû au travail des pressions qui agissent sur les faces de ce parallélépipède. Les arêtes du parallélépipède qui, lorsque les pressions sont nulles, ont pour longueurs $(..)$, prennent sous l'influence de ces pressions des longueurs $(..)$. Si nous supposons que ces quantités, prennent des

p75

accroissements $(..)$, les travaux des pressions $(..)$, sur les diverses faces du parallélépipède seront $(..)$. La somme de ces travaux est $(..)$. Si nous attribuons l'énergie potentielle aux travaux des pressions, nous devons avoir égalité entre ces travaux et la variation Dw de l'énergie, c'est-à-dire $(..)$. En intégrant nous obtenons $(..)$. Ce résultat est inadmissible, car

dans l' état d' équilibre, nous avons (..) et l' égalité précédente ne pourrait alors avoir lieu que si (..) devenait infini, conséquence évidemment absurde. 84-la théorie du (..) est donc incompatible avec l' hypothèse fondamentale de la localisation de l' énergie dans le diélectrique, si l' on regarde cette énergie comme *potentielle* . Il n' en serait plus de même si l' on regardait cette énergie comme *cinétique* , c' est-à-dire si l' on supposait que le diélectrique est le siège de mouvements tourbillonnaires et que W représente la force vive due à ces mouvements. Mais on ne peut encore adopter cette interprétation de la pensée de Maxwell sans se heurter à de grandes difficultés.

p76

Lorsque le savant anglais applique les équations de Lagrange à la théorie des phénomènes électrodynamiques, il suppose expressément, comme nous le verrons plus loin, que l' énergie électrostatique (..) est de l' énergie potentielle et que l' énergie électrodynamique est au contraire cinétique. Aussi réserve-t-il l' explication par les mouvements tourbillonnaires pour les attractions magnétiques et électrodynamiques et ne cherche-t-il pas à l' appliquer aux phénomènes électrostatiques. J' arrête ici cette longue discussion qui me semble avoir prouvé que la théorie précédente, parfaitement acceptable en elle-même, ne rentre pas dans le cadre général des idées de Maxwell. On pourrait, il est vrai supposer que l' énergie électrostatique W représente de la force vive, comme l' énergie électrodynamique, mais qu' elle en diffère parce qu' elle est la force vive due à des mouvements beaucoup plus subtils encore que ceux qui donnent naissance à l' énergie électrodynamique. Je ne crois pas qu' il y ait grand avantage à développer une interprétation aussi compliquée ; en tout cas on n' en voit pas de trace dans le traité de Maxwell sous sa forme définitive.

p77

électrokinétique. 85 *conducteurs linéaires*. -la propagation de l' électricité, en régime permanent dans les conducteurs linéaires est régie par deux lois : la *loi de Ohm* et celle de *Kirchhoff* . D' après la première, la force électromotrice qui agit entre les extrémités d' un conducteur est proportionnelle à la quantité d' électricité qui traverse l' unité de section de ce conducteur pendant l' unité de temps. Dans le cas où la section du conducteur est partout la même, comme dans un fil cylindrique, la force électromotrice est proportionnelle à la quantité d' électricité qui passe à travers cette section pendant l' unité de temps. Cette quantité est appelée l' *intensité* du courant qui parcourt le conducteur ; nous la désignerons par I. Si le conducteur est homogène et si aucun de ses points n' est le siège de forces électromotrices, la force électromotrice entre ses extrémités est égale à la

différence (..) des valeurs du potentiel en ces points et la loi de Ohm conduit à la relation (..). Mais dans le cas le plus général il existe en différents points du conducteur des forces électromotrices qui sont dues soit à un défaut d'homogénéité, soit à des phénomènes calorifiques ou chimiques, soit enfin à des effets d'induction. En désignant par (..) la somme des forces électromotrices de cette nature qui existent en divers points du conducteur linéaire, nous avons alors (..).

p78

Dans ces deux formules R est ce qu'on appelle la *résistance* du conducteur. Cette résistance est liée à la longueur L et à la section (..) du conducteur par la relation (..), où C est un facteur ne dépendant que de la nature du conducteur et qu'on nomme *coefficient de conductivité*. La loi de Kirchhoff n'est autre que l'application du principe de continuité. D'après cette loi, si plusieurs conducteurs linéaires aboutissent en un même point de l'espace, la somme des intensités des courants qui les traversent est nulle.

p91

Loi *induction magnétique*. -passons maintenant au cas où la hauteur de la cavité cylindrique est très petite par rapport à la base. Comme précédemment, nous pouvons dans la valeur de (..) négliger l'intégrale étendue au volume. Dans l'intégrale double les éléments fournis par la surface latérale sont nuls puisque la normale à chaque élément de surface est perpendiculaire à la direction de magnétisation ; il suffit donc d'étendre l'intégrale double à la surface des bases du cylindre. Pour trouver la valeur de cette intégrale prenons pour axe des X une parallèle à la direction de magnétisation ; cet axe sera alors perpendiculaire à chacune des bases du cylindre. Pour chaque élément de l'une d'elles nous aurons (..), et pour chaque élément de l'autre (..). Dans ce système d'axes particulier nous avons donc pour la valeur de (..), (..), chacune des deux intégrales étant étendue à la surface des bases. Cette valeur est la même que si l'on supposait que chaque base du cylindre est recouverte d'une couche de magnétisme ayant respectivement pour densités (..). L'étendue de ces couches étant très grande par rapport à leur distance, qui est égale à la hauteur du cylindre, l'action qu'elles exercent sur l'unité de masse magnétique placée entre elles a pour valeur (..). Cette force est dirigée du côté de la couche négative, c'est-à-dire en sens inverse de la magnétisation. La cavité, qui a un effet contraire à celui du cylindre aimanté de même volume, produira donc une augmentation de la force dans la direction de la magnétisation et cette augmentation sera (..). Par suite la composante suivant Ox de la force exercée par l'aimant sur l'unité de masse placée à l'intérieur de la cavité est (..).

p92

Il est évident que si au lieu de prendre le système particulier d' axes dont nous avons fait usage, nous prenons des axes quelconques nous obtiendrons pour les composantes de la force des expressions analogues à la précédente. Ces composantes sont donc . Maxwell les appelle les composantes de l' *induction* magnétique à l' intérieur de l' aimant .

p95

électromagnétisme. Io 5 lois fondamentales. -plusieurs modes d' exposition peuvent être adoptés pour trouver l' action exercée par un courant fermé sur un pôle magnétique et montrer que cette action peut être assimilée à celle d' un feuillet magnétique de même contour. Nous ne suivrons pas celui de Maxwell qui prend comme point de départ l' équivalence d' un courant infiniment petit et d' un aimant ; nous nous appuierons, pour arriver aux formules de Maxwell, sur trois lois démontrées par l' expérience et sur une hypothèse. Les trois lois expérimentales sont les suivantes : 1 deux courants parallèles de même intensité et de sens inverses exercent sur un pôle magnétique des actions égales et de signes contraires ; 2 un courant sinueux exerce une action égale à celle d' un courant rectiligne qui aurait les mêmes extrémités ; 3 la force exercée par un courant sur un pôle magnétique est proportionnelle à l' intensité du courant, c' est-à-dire à la quantité d' électricité qui traverse une section du conducteur pendant l' unité de temps. Les deux premières de ces lois ont été démontrées par Ampère ; la troisième a été vérifiée par de nombreuses expériences : les unes effectuées en déchargeant des batteries chargées de quantités d' électricité connues, comme dans les expériences de Colladon et de Faraday ; les autres plus précises, faites avec le voltamètre.

p112

électrodynamique. I 22 travail électrodynamique. -nous admettrons que deux circuits parcourus par des courants d' intensité (..) étant en présence, le travail des forces agissant sur l' un d' eux, lorsqu' il se déplace par rapport à l' autre, est donné par un certain potentiel T proportionnel aux intensités (..) et ne dépendant, quand (..) restent constants, que de la forme et de la position relative des deux circuits. Cette hypothèse se trouve vérifiée expérimentalement par les conséquences qui s' en déduisent. I 23 solénoïdes. - partageons une courbe Ab / Fig 27 / en une infinité d' arcs égaux Ab de longueur infiniment petite (..) et par les milieux de ces arcs menons les plans C normaux à la courbe. Dans chacun de ces plans traçons des courbes fermées égales, d' aire (..), et contenant le point d' intersection de leur plan avec la courbe Ab. Si nous supposons chacune de ces courbes parcourues dans le même sens par des courants de même intensité I, ce système de courants porte le nom de solénoïde . Chacun des courants qui

composent le solénoïde est équivalent, au point de vue de l' action exercée sur un pôle d' aimant, à un feuillet magnétique de même contour et de puissance I. Si nous prenons pour épaisseur de ces feuillets la longueur (..) des arcs élémentaires, les quantités de magnétisme que possède chacune de leurs faces seront ; les faces en contact de deux feuillets consécutifs possèdent donc des masses magnétiques égales et de signes contraires et leur ensemble n' a

p113

aucune action sur un point extérieur. Par conséquent l' action du solénoïde se réduit à celles de deux masses magnétiques (..) situés aux extrémités de Ab. Ce sont les pôles du solénoïde. Si la courbe Ab est limitée, le solénoïde a deux pôles égaux et de noms contraires ; si la courbe Ab a une de ses extrémités à l' infini le pôle correspondant du solénoïde est rejeté à l' infini et l' action du solénoïde se réduit à celle de l' autre pôle ; enfin si la courbe Ab est fermée le solénoïde n' a plus de pôles. I 24 solénoïdes et courants. -l' expérience montre que l' action d' un solénoïde fermé sur un courant est nulle. De ce fait expérimental il est facile de déduire que l' action d' un solénoïde ouvert ne dépend que de la position de ses pôles. Soient T le potentiel relatif à l' action exercée par un solénoïde Acb / Fig 28 / sur un courant se déplaçant dans son voisinage et (..) le potentiel relatif à l' action d' un second solénoïde Bda choisi de manière à former avec le premier un solénoïde fermé ; nous aurons pour le potentiel de l' ensemble de ces deux solénoïdes (..). Cette égalité est satisfaite tant que le solénoïde Acbda reste fermé, quelles que soient les déformations que nous fassions subir aux portions qui le composent. Si en particulier nous ne déformons que le solénoïde Acb le potentiel de Bda conserve la même valeur (..) et, à cause de l' égalité précédente, T ne varie pas. Le potentiel d' un solénoïde Acb conserve donc la même valeur quand ses pôles Aetb restent dans les mêmes positions ; en d' autres termes le potentiel ne dépend que de la position des pôles du solénoïde. I 25-le raisonnement précédent subsiste encore lorsque l' un des pôles, B par exemple , du solénoïde Acb est rejeté à l' infini, car il suffit pour obtenir un solénoïde fermé d' y adjoindre

p114

un second solénoïde dont le pôle de nom contraire à B est également rejeté à l' infini. Mais dans ces conditions l' action du solénoïde Acb se réduit à celle du pôle A ; le potentiel d' un pôle de solénoïde dépend donc uniquement de sa position par rapport aux courants qui agissent sur lui. I 26-faisons observer qu' au début de l' électromagnétisme nous avons admis que le potentiel d' un pôle magnétique soumis à l' action de courants fermés ne dépendait que de la position du pôle par rapports aux courants ; et c' est sur cette seule hypothèse qu' ont reposé

tous nos raisonnements. Puisqu'il en est de même pour le potentiel d'un pôle de solénoïde soumis à l'action de courants fermés, nous démontrerions de la même manière que dans ce nouveau cas le potentiel est encore de la même forme. Le potentiel électrodynamique d'un pôle de solénoïde sera donc proportionnel à l'angle solide (..) sous lequel on voit de ce pôle les faces positives des courants qui agissent sur lui, et à la masse magnétique (..) équivalente au pôle du solénoïde dans les actions électromagnétiques. Comme d'autre part nous avons admis / I 2 i / que le potentiel d'un courant qui se déplace en présence d'un autre courant d'intensité (..) est proportionnel à (..) nous aurons pour le potentiel d'un pôle de solénoïde soumis à l'action d'un seul courant (..). Des expériences précises ont montré que le coefficient A est égal à l'unité quand les intensités sont exprimées en unités électromagnétiques ; nous avons donc (..), c'est-à-dire que l'action électrodynamique qui s'exerce entre un pôle de solénoïde et un courant est égale à l'action électromagnétique qui a lieu entre ce courant et une masse magnétique (..) dont le signe est déterminé par le sens du courant dans le pôle solénoïdal.

p115

I 27-lorsque le solénoïde a deux pôles Aetb / Fig 29 / on peut , sans changer son action, lui ajouter un solénoïde Bc s'étendant à l'infini dans une direction C et parcouru par deux courants de sens inverses d'intensité égale à celle du courant qui parcourt Ab. L'ensemble de ces trois solénoïdes peut être considéré comme deux solénoïdes infinis dont l'un a son pôle en A, l'autre son pôle en B et dans lesquels circulent des courants de même intensité et de sens contraires. Ces deux pôles équivalent à deux masses magnétiques égales et de signes contraires de sorte que le solénoïde fini Ab est assimilable à un aimant uniforme de même longueur.

p131

Induction. I 47 forces électromotrices d'induction. -dans l'étude de l'électromagnétisme et de l'électrodynamique nous avons implicitement supposé que les intensités des courants restaient constantes. Or on sait que, lorsqu'il y a déplacement relatif de courants ou de courants et d'aimants, il se produit des phénomènes particuliers connus sous le nom de phénomènes d'induction et dont la découverte est due à Faraday. Ces phénomènes se manifestent dans les circuits par la production de courants temporaires dont les intensités s'ajoutent à l'intensité du courant primitif et qui peuvent être attribués à des forces électromotrices que l'on nomme forces électromotrices d'induction. Des expériences faites sur l'induction, il résulte que si les intensités Iiet I2 de deux courants fixes Ciet C2 subissent dans l'intervalle de temps Dt des accroissements Di et D2, les forces électromotrices d'

induction développées dans les circuits sont, pour le circuit C_1 , $(..)$, et pour le circuit C_2 , $(..)$.

p133

I 49 détermination des coefficients A , B , C . -les coefficients qui entrent dans l'expression des forces électromotrices d'induction peuvent être déterminés par l'application du principe de la conservation de l'énergie. Prenons deux circuits dans lesquels les courants d'intensités i_1 et i_2 sont fournis par des piles de forces électromotrices E_1 et E_2 . La quantité d'énergie chimique détruite dans la pile se transforme en partie en chaleur dans la pile elle-même tandis que l'autre partie se retrouve sous forme d'énergie voltaïque. L'expérience apprend que la quantité d'énergie voltaïque produite dans le temps dt est $(..)$. Cette énergie voltaïque se retrouve sous forme de chaleur produite dans les conducteurs par le phénomène de Joule et sous forme de travail mécanique résultant du déplacement des conducteurs. Si R_1 et R_2 sont les résistances des deux circuits les quantités de chaleur dégagées sont $(..)$. Quant au travail mécanique fourni par le système, il est égal à la variation dt du potentiel électrodynamique du système par rapport à lui-même, ou plus exactement à la partie de cette variation qui est due au déplacement des circuits, sans tenir compte de la partie de cette variation due à l'augmentation des intensités. Ce potentiel a pour expression dans le cas de deux circuits $(..)$. L'excès de l'énergie voltaïque fournie au système pendant le temps dt sur l'énergie recueillie sous forme de chaleur et de travail mécanique pendant le même temps est donc $(..)$. D'après le principe de la conservation de l'énergie, cette expression doit être nulle dans le cas où le système décrit un

p134

cycle fermé. Si le cycle n'est pas fermé, elle doit être une différentielle exacte. En exprimant que c est une différentielle exacte nous obtiendrons les valeurs de A , B , C .

p147

I 66 signification de $(..)$. -la fonction $(..)$ est une fonction quelconque des coordonnées assujettie à la seule condition d'être uniforme. Maxwell admet que c est le potentiel électrostatique résultant des masses électriques qui peuvent exister dans le champ. Cette hypothèse aurait besoin d'être vérifiée expérimentalement par la concordance entre les valeurs mesurées des forces électromotrices d'induction dans un circuit ouvert et les valeurs fournies par les équations où $(..)$ serait donnée par l'expérience et les quantités A , B , C , F , G , H par les formules $(..)$.

p148

Toutefois il est toujours permis de prendre pour $(..)$ le potentiel

électrostatique car les quantités F , G , H n'ont pu être déterminées qu'en les supposant liées par l'équation différentielle (..) et nous sommes libres d'abandonner cette hypothèse. Si nous n'avions pas introduit cette hypothèse, nous aurions trouvé pour F , G , H des valeurs de la forme (..), (..) étant une fonction arbitraire des coordonnées, et pour les composantes P , Q , R de la force électromotrice par unité de longueur (..). Il est donc toujours possible, en choisissant convenablement la fonction arbitraire (..) de faire en sorte que la fonction (..) qui entre dans ces équations et les équations représente le potentiel électrostatique.

p152

I 7 o équations des courants dans un milieu imparfaitement isolant. -le groupe d'équations / Vi / s'applique aux milieux conducteurs comme les métaux ; le groupe d'équations / Viii / s'applique, au contraire, aux milieux parfaitement isolants. Lorsque le corps est imparfaitement isolant, Maxwell admet que le courant électrique vrai , duquel dépendent les phénomènes électromagnétiques, a pour composantes la somme des composantes du courant de conduction et du courant de déplacement ; nous avons donc dans ce cas (..).

p153

Remarquons que l'hypothèse de Maxwell soulève une difficulté. En effet, le milieu possédant des propriétés intermédiaires entre celles des conducteurs et celles des isolants, la force électromotrice qui produit le courant doit vaincre deux espèces de résistance : l'une analogue à la résistance (..) des métaux, l'autre du genre de celle qu'oppose un isolant. Il semble donc que, contrairement aux vues de Maxwell, l'intensité du courant et, par suite, les quantités U , V , W dussent alors être plus petites que dans un milieu conducteur ou un milieu parfaitement isolant. I 7 i M Potier a substitué à l'hypothèse de Maxwell une hypothèse plus rationnelle. Il admet que la force électromotrice en un point est la somme de celle qui donne lieu au courant de conduction et de celle qui produit le déplacement. Nous avons alors, en tirant des équations / Vi / et / Vii / les valeurs des composantes de la force électromotrice et additionnant : (..). I 72 les formules / Ix / et les formules / X / se réduisent à celles des courants de conduction, les premières pour (..), les secondes pour (..). Un conducteur doit être considéré, d'après Maxwell, comme un diélectrique de pouvoir inducteur nul, et, d'après M Potier, comme un diélectrique de pouvoir inducteur infini. La conséquence de l'hypothèse de M Potier s'interprète facilement dans la théorie de cellules. Dans cette théorie, en effet, on se représente un diélectrique parfait comme formé par des cellules parfaitement conductrices séparées les unes des autres par des intervalles parfaitement isolants. Qu'arrivera-t-il alors pour un corps

tenant le milieu entre les diélectriques et les conducteurs, c'est-à-dire pour un diélectrique imparfait ?

p154

Les formules de Maxwell et celle de M Potier donnent à cette question deux réponses différentes. Adoptons-nous les formules de Maxwell ? C'est supposer que les intervalles qui séparent les cellules ne sont plus parfaitement isolants mais que leur conductibilité spécifique C n'est plus nulle. I 73 adoptons-nous au contraire les formules de M Potier ; cela revient à supposer que les cellules conductrices ne sont plus parfaitement conductrices et que leur conductibilité C n'est plus infinie. Il est peu probable que la réalité soit aussi simple que le supposent Maxwell et M Potier. Peut-être devrait-on adopter une combinaison des deux hypothèses : des cellules imparfaitement conductrices, séparées par des intervalles imparfaitement isolants. Tout cela a d'ailleurs peu d'importance ; toutes ces hypothèses ne peuvent être regardées que comme une première approximation, appropriée à l'état actuel de la science ; et dans cet état actuel, on n'a intérêt à considérer que des conducteurs ordinaires ou des diélectriques regardés comme parfaits.

p155

Théorie électromagnétique de la lumière. I 74 conséquences des théories de Maxwell. -des diverses théories que nous avons exposées dans les chapitres précédents, il résulte nettement que la préoccupation constante de Maxwell est de trouver une explication des phénomènes électriques et électromagnétiques, généralement attribués à des actions s'exerçant à distance, par le mouvement d'un fluide hypothétique remplissant l'espace. Nous avons pu constater que Maxwell n'avait qu'imparfaitement atteint son but ; en particulier nous avons vu dans le chapitre Vi que, s'il est possible de rendre compte des attractions et des répulsions électrostatiques au moyen des pressions et des tensions d'un fluide remplissant les diélectriques, les propriétés qu'il faut alors attribuer à ce fluide sont incompatibles avec celles que Maxwell lui suppose dans d'autres parties de son ouvrage. Ainsi, malgré les efforts de Maxwell, nous ne possédons pas encore une explication mécanique complète de ces phénomènes ; néanmoins les travaux de ce physicien ont une importance capitale : ils démontrent la possibilité d'une telle explication. I 75 mais laissons de côté les quelques contradictions que nous avons relevées dans l'oeuvre de Maxwell et attachons-nous plus spécialement à la théorie qu'il a proposée pour expliquer l'électromagnétisme et l'induction et que nous avons exposée dans le chapitre Ix. Une des conséquences les plus importantes de cette théorie, et cette conséquence mérite à elle seule toute notre admiration, est l'identité des propriétés essentielles de l'éther qui, d'après Fresnel,

transmet les radiations lumineuses et du fluide que Maxwell suppose présider aux actions électromagnétiques.

p156

Ainsi que le fait observer ce dernier, cette identité de propriétés est une confirmation de l'existence d'un fluide servant de véhicule à l'énergie. " remplir l'espace d'un nouveau milieu... etc. " I 76 l'éther et le fluide de Maxwell jouissant des mêmes propriétés, la lumière doit être considérée comme un phénomène électromagnétique et le mouvement vibratoire qui produit, sur notre rétine, l'impression d'une intensité lumineuse doit résulter de perturbations périodiques du champ magnétique. S'il en est ainsi, des équations générales de ce champ doit pouvoir se déduire l'explication des phénomènes lumineux. C'est à cette explication qu'on a donné le nom de théorie électromagnétique de la lumière. Cette théorie conduit nécessairement à des relations entre les valeurs des constantes optiques et des constantes électriques d'un même corps. Si ces relations se trouvent satisfaites numériquement par les données de l'expérience, elles constitueront autant de vérifications, indirectes mais néanmoins très probantes, de la théorie. L'une des meilleures vérifications de ce genre est l'accord satisfaisant que l'on constate entre les valeurs trouvées par Foucault, Fizeau et M Cornu pour la vitesse de propagation de la lumière et celle qu'on déduit de la théorie électromagnétique. Cherchons donc la formule qui exprime cette vitesse en fonction des constantes électriques mesurables du milieu où s'effectue la propagation.

p161

I 82 valeur de cette vitesse dans le vide. -le coefficient de perméabilité (..) du vide étant égal à I dans le système de mesures électromagnétique, la vitesse de propagation des ondes planes dans ce milieu est égale à (..), K étant exprimé dans le même système. Cherchons la valeur de cette quantité. L'une des composantes du déplacement électrique est donnée par la formule

p162

Le pouvoir inducteur spécifique n'ayant pas de dimensions dans le système électrostatique, les dimensions du déplacement dans ce système sont celles du quotient d'un potentiel par une longueur et, par suite, celle du quotient d'une quantité d'électricité par le carré d'une longueur. Il s'ensuit que si on passe d'un système de mesures à un autre dans lequel l'unité de longueur a conservé la même valeur que dans le premier, les nombres qui mesurent le déplacement dans l'un et l'autre système sont dans le même rapport que ceux qui expriment une même quantité d'électricité. Si donc nous appelons (..) le rapport de l'unité électromagnétique de quantité d'électricité à l'unité

électrostatique, le nombre qui exprime, soit une quantité d'électricité, soit un déplacement dans le premier système est égal au produit de (...) par le nombre qui mesure la même grandeur dans le système électrostatique. D'autre part on sait que le rapport des unités de force électromotrice dans les deux systèmes de mesure électrique est inverse de celui des unités de quantité ; donc le nombre qui exprime (...) dans le système électromagnétique est le produit de (...) par la mesure de cette quantité au moyen de l'unité électrostatique. Il en résulte que la valeur du quotient de F par (...) et, par suite, la valeur de K se trouvent multipliées par (...) quand on passe du système électrostatique au système électromagnétique. Le pouvoir inducteur spécifique du vide étant I dans le système électrostatique, sa valeur est (...) dans le système électromagnétique. Si nous portons cette valeur de K dans l'expression de la vitesse, nous avons (...) ; la vitesse de propagation d'une perturbation électromagnétique est donc égale au rapport (...) des unités de quantité d'électricité dans les deux systèmes de mesures électriques.

p163

I 83-cette dernière quantité a été déterminée par de nombreux expérimentateurs au moyen de méthodes que l'on peut classer en trois groupes suivant que (...) est donné par le rapport des unités de quantité d'électricité, ou par celui des forces électromotrices, ou enfin par la comparaison des capacités. Voici les résultats de quelques-unes de ces déterminations pour le quotient par (...) de la valeur de (...) exprimée en unités Cgs. (...) . Pour la vitesse de la lumière dans le vide, *M Cornu* a trouvé centimètres : seconde avec une erreur probablement inférieure à (...). On voit que ce nombre ne diffère que d'une quantité très petite, de l'ordre des erreurs expérimentales, des valeurs de données par *Mm Klemencic*, *Himstedt*, *Rosa*, d'après des méthodes paraissant présenter la plus grande précision. La théorie de *Maxwell* reçoit donc une confirmation aussi satisfaisante qu'il est permis de la souhaiter. D'autre part, *M Hertz*, en mesurant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques, a trouvé un nombre du même

p164

ordre de grandeur que la vitesse de la lumière. C'est encore une vérification très satisfaisante de la théorie électromagnétique de la lumière. *I 84* relation entre l'indice de réfraction et le pouvoir inducteur d'une substance isolante. -la perméabilité magnétique des milieux transparents étant très sensiblement égale à celui du vide, le rapport de la vitesse de propagation V_i des ondes électromagnétiques dans le vide et de la vitesse V de ces ondes dans un milieu transparent est (...), K étant le pouvoir inducteur spécifique de ce dernier milieu exprimé dans le système électrostatique. D'après la théorie ordinaire de la lumière ce rapport est égal à l'indice de

réfraction absolu N. Il en résulte que l' on doit avoir (...). Mais, puisque N varie avec la longueur d' onde, cette relation ne peut évidemment être satisfaite que si les quantités K et N se rapportent à des phénomènes de même période. Nous devons donc prendre l' indice de réfraction qui correspond à des ondes de très longue période, ces ondes étant les seules dont le mouvement puisse se comparer aux opérations lentes à l' aide desquelles on détermine le pouvoir inducteur spécifique. La valeur de cet indice peut être obtenue approximativement en faisant (...) dans la formule de Cauchy, (...); nous avons ainsi (...). Des expériences faites sur le spectre calorifique, il résulte que la formule de Cauchy ne suffit pas pour représenter les indices des radiations de longue période; la formule qui les représente le mieux est de la forme : (...). On trouverait ainsi, pour (...) ce qui est inadmissible :

p165

mais ce qui montre combien il faut peu se fier à des extrapolations de ce genre. C' est sans doute là la principale cause des divergences que nous signalons plus loin. I 85-au moment où Maxwell écrivait son traité, la paraffine était le seul diélectrique dont le pouvoir inducteur ait été déterminé avec une exactitude suffisante. Une seule vérification de la relation (...) était donc possible; encore était-elle peu satisfaisante. Mm Gibson et Barclay avaient trouvé pour le pouvoir inducteur de la paraffine solide I, 975, dont la racine carrée est I, 405. Or ce nombre diffère sensiblement de la valeur I, 422 de l' indice de réfraction, pour une longueur d' onde infinie, déduite des expériences du Dr Gladstone sur la paraffine fondue. Toutefois, les nombres comparés se rapportant à deux états différents de la paraffine, leur divergence ne peut infirmer la théorie; aussi Maxwell en conclut-il seulement que si la racine carrée de K n' est pas l' expression complète de l' indice de réfraction, elle en forme le terme le plus important. I 86-depuis, on a fait de nombreuses déterminations des pouvoirs inducteurs spécifiques des corps transparents; en voici les résultats, au point de vue qui nous occupe. Pour les solides la racine carrée de K diffère de l' indice de réfraction d' une quantité quelquefois considérable. D' après M Hopkinson les indices de réfraction des différentes espèces de verre sont toujours plus petits que la racine carrée de leur pouvoir inducteur; pour certains verres ils ne sont que la moitié de cette racine. La relation (...) se trouve un peu mieux vérifiée dans le cas des liquides. Pour certains hydrocarbures liquides, les expériences de Mm Hopkinson, Négreano, Palaz montrent que la vérification est assez satisfaisante. Les deux tableaux suivants résument, le premier les résultats de M Négreano, le second ceux de M Palaz; dans ces tableaux l' indice de réfraction se rapporte à la raie D du sodium. (...).

p166

La vérification est beaucoup moins bonne si l'on prend des huiles végétales ou animales. Pour celles sur lesquelles il a opéré, M Hopkinson a toujours trouvé (...). M Palaz arrive à une conclusion inverse pour l'huile de navet et l'huile de ricin : (...). En 1888, M Gouy a mesuré le pouvoir inducteur spécifique de l'eau par l'attraction qu'éprouvent deux plateaux électrisés entre lesquels se trouve une couche de ce liquide ; il a trouvé (...). Il en résulterait, d'après la relation de Maxwell, (...) environ, nombre à peu près sept fois plus grand que l'indice de réfraction réel ; cette relation est donc dans ce cas, tout à fait en défaut. Il est vrai qu'elle n'a été établie que pour les corps isolants, condition qui est loin d'être satisfaite par l'eau, toujours plus ou moins conductrice par suite des sels qu'elle contient. Mais au moins on devrait trouver pour K des valeurs de plus en plus petites lorsqu'on prend de l'eau de plus en plus pure ; or c'est précisément l'inverse qui paraît avoir lieu. Enfin, si nous passons aux gaz, nous trouvons un accord très satisfaisant entre les valeurs de et celles de N. Le tableau suivant donne les valeurs de ces quantités pour quelques gaz ;

p167

les valeurs du pouvoir inducteur spécifique résultent des expériences de M Boltzmann. (...). I 87-en résumé, la relation est vérifiée pour les gaz et quelques liquides ; elle est en défaut pour la plupart des liquides, des solides, et surtout pour l'eau. Malgré la multiplicité des recherches, nous ne sommes donc pas mieux renseignés que Maxwell sur le degré d'exactitude qu'on doit accorder à cette relation. Mais si l'on excepte l'eau, qui s'écarte complètement des diélectriques par sa nature électrolytique dès qu'elle renferme une trace d'un sel en dissolution, les divergences constatées entre N et la racine carrée de K ne sont pas de nature à faire abandonner cette relation, surtout si l'on tient compte des conditions défectueuses dans lesquelles on l'applique. En premier lieu les substances étudiées en vue de sa vérification sont souvent loin d'être des isolants parfaits comme le suppose sa démonstration. Comme isolants, la plupart des solides sont beaucoup moins bons que les gaz et quelques liquides tels que le pétrole et la benzine bien pure ; or ce sont précisément ces derniers corps qui vérifient le mieux la relation de Maxwell. En second lieu, le pouvoir inducteur et l'indice de réfraction varient avec la température, et généralement les mesures des deux quantités à comparer sont faites à des températures différentes. Enfin, on sait que, quelle que soit la méthode employée pour la mesure de K, les résultats dépendent de la rapidité des variations du champ dans lequel se trouve placée la substance ; peut-être donc, la relation dont il s'agit se trouverait-elle mieux satisfaite si les variations du champ étaient aussi rapides que les vibrations lumineuses. Pour ces diverses raisons il ne faut pas

s' étonner si la vérification de cette relation n' est pas aussi satisfaisante que la comparaison du rapport (..) et de la vitesse de la lumière dans le vide.

p168

I 88 *direction du déplacement électrique.* -considérons une onde plane électromagnétique. Prenons pour plan des Xy un plan parallèle à l' onde et choisissons pour axe des X une direction parallèle à celle du moment électromagnétique ; nous avons alors . Quant à F, son expression dépend de la nature de la perturbation ; admettons qu' on ait (..). D' après les équations / Iii / du chapitre précédent, les composantes de l' induction magnétique, sont alors (..). L' induction magnétique est donc parallèle à l' axe des Y, c' est-à-dire perpendiculaire à la direction du moment électromagnétique. Il en est de même de la force magnétique qui a même direction que l' induction puisque les composantes de ces deux quantités ne diffèrent que par un facteur constant (..). Les composantes de l' induction étant connues, les équations / Ii / permettent de calculer celles de la vitesse du déplacement ; nous trouvons (..), équations qui nous montrent que la vitesse du déplacement est, comme le moment électromagnétique, parallèle à l' axe des X. C' est évidemment aussi la direction du déplacement lui-même, et d' après les équations / Vii / , celle de la force électromotrice qui le produit.

p169

Ainsi en un point d' une onde plane, le déplacement électrique et le moment électromagnétique ont même direction ; la force électromotrice et l' induction leur sont perpendiculaires ; ces directions sont d' ailleurs situées dans le plan de l' onde. I 8 9-mais, lorsque les perturbations électromagnétiques sont assez rapides pour donner naissance aux phénomènes lumineux, quelle est la direction du déplacement électrique par rapport au plan de polarisation de la lumière ? L' hypothèse de Maxwell sur l' expression de l' énergie cinétique du milieu qui transmet les ondes et l' étude des diverses théories proposées pour l' explication de la réflexion vitreuse nous permettent de répondre facilement à cette question. Nous savons que dans les théories ordinaires de la lumière, les phénomènes observés dans les milieux isotropes s' interprètent tout aussi bien, soit en admettant, avec Fresnel, que les vibrations de l' éther sont perpendiculaires au plan de polarisation, soit en admettant, comme le font Neumann et Mac-Cullagh, que ces vibrations s' effectuent dans le plan de polarisation. Nous avons montré, en outre, à propos de la réflexion vitreuse, que ces deux hypothèses conduisent à des résultats opposés pour la densité de l' éther ; si l' on adopte celle de Fresnel, la densité doit être considérée comme variable ; si l' on prend celle de Neumann et Mac-Cullagh, cette densité est constante. Mais dans l' une et

l' autre théorie l' énergie cinétique a pour valeur (\dots) , (\dots) désignant la densité, (\dots) les composantes de la vitesse de la molécule d' éther. Suivant Maxwell, l' énergie cinétique n' est autre que le potentiel électrodynamique du système de courants qui existent dans le milieu ; l' expression de cette énergie est donc, dans le cas où le milieu est supposé magnétique, (\dots) ,

p170

ou, en exprimant les composantes de l' induction au moyen des composantes de la force électromagnétique, (\dots) . Pour faire cadrer la théorie de Maxwell avec la théorie ordinaire de la lumière qui, jusqu' ici, s' est trouvée d' accord avec l' expérience, nous devons admettre que dans ces deux théories les expressions de l' énergie cinétique sont identiques. Nous devons donc avoir . Or, (\dots) étant constant pour un milieu isotrope, la première de ces égalités nous indique que la densité (\dots) de l' éther doit être constante ; nous devons donc adopter l' hypothèse de Neumann et Mac-Cullagh. Mais alors la force électromagnétique, qui, d' après les trois dernières égalités, a même direction que la vibration de la molécule d' éther, est située dans le plan de polarisation. Par conséquent, en nous reportant à ce qui a été démontré dans le paragraphe précédent nous arrivons à cette conclusion : le déplacement électrique est perpendiculaire au plan de polarisation, si toutefois l' on adopte les hypothèses de Maxwell. I 9 o *propagation dans un milieu anisotrope. -double réfraction.* -jusqu' ici nous avons implicitement supposé que le milieu isolant qui propage les perturbations électromagnétiques est isotrope ; cherchons maintenant ce que deviennent les équations du champ lorsque le diélectrique est anisotrope. Nous avons vu que l' analogie de la loi des échanges d' électricité entre les cellules d' un diélectrique avec la loi des échanges de chaleur dans la théorie de Fourier, conduit, si l' on choisit convenablement les axes de coordonnées, aux valeurs suivantes pour les composantes du déplacement électrique dans un milieu

p171

anisotrope, (\dots) ; (\dots) désigne le potentiel électrostatique, X, Y, Z, les composantes de la force électromotrice due à toute autre cause qu' une différence de potentiel. En supposant cette force électromotrice due uniquement à l' induction produite par les courants et les aimants du champ, ces égalités deviennent (\dots) . I 9 i-mais il n' est pas nécessaire pour établir ces formules de s' appuyer sur l' hypothèse de la constitution cellulaire des diélectriques. D' après les formules / Vii / du chapitre précédent, les composantes du déplacement électrique dans un milieu isotrope sont proportionnelles à celles de la force électromotrice ; par suite, l' hypothèse la plus simple qui se présente, est d' admettre que, pour un milieu anisotrope, F, G, H sont des fonctions linéaires et homogènes de P, Q, R, (\dots) .

D' ailleurs les neuf coefficients A, B, C,... ne sont pas absolument arbitraires. Montrons en effet qu' ils forment un déterminant symétrique. Si nous donnons aux composantes du déplacement des accroissements

p172

Df, Dg, Dh, le travail correspondant de la force électromotrice est (...), ou, d' après les relations précédentes, . Pour qu' il y ait conservation de l' énergie cette expression doit être une différentielle exacte. Cette dernière condition s' exprime par trois égalités dont la première est (...); nous en tirons (...). Les deux autres égalités nous donneraient (...), ce qui montre bien que le déterminant des coefficients est symétrique. Le nombre de ces coefficients se trouve donc réduit à 6. Par le choix des axes de coordonnées nous disposons des valeurs de trois d' entre eux ; nous pouvons donc faire ce choix de telle sorte que les coefficients qui ne sont pas sur la diagonale du déterminant se réduisent à zéro ; les valeurs de F, G, H se réduisent alors aux expressions. I 92-nous devrions faire, pour les équations qui donnent les composantes A, B, C de l' induction magnétique en fonction des composantes (...) de la force électromagnétique, la même hypothèse que celle que nous venons d' adopter pour exprimer F, G, H en fonction de P, Q, R. Nous serions ainsi amenés à remplacer

p173

les équations du chapitre précédent par trois équations de même forme n' en différant qu' en ce que le coefficient (...) aurait dans chacune d' elles une valeur différente (...). Mais la perméabilité magnétique des corps transparents étant toujours très voisine de l' unité, ce coefficient n' a guère d' influence sur le résultat des calculs. Pour ne pas compliquer inutilement la question nous admettrons que (...) est constant et égal à I. I 93-en dérivant les équations par rapport à T, et remplaçant dans les seconds membres des équations ainsi trouvées, (...) par les valeurs obtenues au (...), nous avons les relations (...), qui peuvent s' écrire (...). Enfin, puisque nous avons supposé (...), les équations / Iii / du

p174

deviennent (...). Tels sont les trois groupes d' équations qui permettent de déterminer les valeurs, à un moment quelconque, des éléments d' une perturbation magnétique en un point d' un diélectrique anisotrope, lorsqu' on connaît leurs valeurs initiales. I 94-s' il est vrai que la lumière est due à une perturbation de ce genre, ces équations doivent nous conduire à l' explication de la double réfraction que présente la lumière lorsqu' elle traverse un milieu anisotrope. L' étude que nous avons faite de ce phénomène, nous permet de montrer qu' il en est bien ainsi, sans entrer dans de longs développements. Nous savons

que si on désigne les composantes du déplacement de la molécule d'éther par (..) dans la théorie de M Sarrau, par X, Y, Z dans la théorie de Neumann, par U, V, W dans celle de Fresnel, on a les neuf relations (..),

p175

. Ces équations deviennent identiques aux groupes / C /, / D / et / E / du paragraphe précédent si nous y faisons (..). Or les trois théories optiques de Fresnel, de Neumann, et de M Sarrau expliquent également bien tous les faits observés puisque, jusqu'ici, aucune expérience n'a pu faire préférer l'une à l'autre ; nous pouvons donc être assurés que les groupes d'équations / C /, / D /, / E /, déduits de la théorie de Maxwell, permettront d'expliquer tous les phénomènes connus et ne seront en contradiction avec aucun d'eux. I 95-en particulier, l'équation des vitesses de propagation des deux ondes planes provenant d'une même onde incidente doit être identique dans la théorie électromagnétique et dans les théories optiques. Dans ces dernières elle est (..), L, M, N étant les cosinus directeurs de la normale au plan de l'onde ; par conséquent elle devient avec les notations de la théorie électromagnétique (..). Il en résulte que les vitesses de propagation suivant les axes de coordonnées sont inversement proportionnelles aux racines carrées des pouvoirs inducteurs suivant ces mêmes axes ou, ce qui revient au même, que ces racines carrées sont proportionnelles

p176

aux valeurs des indices de réfraction suivant les axes d'élasticité du milieu. I 96-cette relation se trouve assez bien vérifiée pour le soufre cristallisé. Les pouvoirs inducteurs suivant les trois axes d'élasticité d'un cristal de cette substance sont respectivement, d'après M Boltzmann : (..). Les racines carrées de ces nombres : (..) diffèrent peu des indices de réfraction correspondant aux mêmes directions : (..). Les autres substances anisotropes étudiées donnent des résultats bien moins satisfaisants. D'après les expériences faites par Mj Curie sur le quartz, le spath, la tourmaline, béryl, etc., la racine carrée de K est toujours beaucoup plus grande que l'indice de réfraction ; toutefois, conformément à la théorie, les cristaux positifs, comme le quartz, possèdent un pouvoir inducteur plus grand suivant la direction de l'axe optique que suivant une direction perpendiculaire, tandis que pour les cristaux négatifs, comme le spath d'Islande, c'est suivant cette dernière direction que le pouvoir inducteur est le plus grand. La relation n'est donc que très imparfaitement vérifiée. Mais, comme dans le cas des corps isotropes, nous devons faire observer que les conditions que suppose l'établissement de cette relation ne sont pas remplies par les substances étudiées. Plusieurs d'entre elles sont hygrométriques et acquièrent, par la couche d'eau qui

les recouvre, une conductibilité qui peut expliquer jusqu' à un certain point les divergences observées. Cette manière de voir se trouve d' ailleurs confirmée par les résultats obtenus pour le soufre, substance remarquable par ses propriétés isolantes et par la difficulté avec laquelle la vapeur d' eau se condense sur sa surface. I 97- l' identification des équations des (..) nous permet de déterminer les directions relatives des diverses quantités qui définissent le courant de déplacement en un point, et

p177

leurs directions par rapport au rayon lumineux et par rapport au plan de polarisation. Nous savons que les directions On et Of / Fig 33 / des vibrations de Neumann et Fresnel sont rectangulaires entre elles et situées dans le plan de l' onde, et que les directions Oseton des vibrations de M Sarrau et de Neumann, également perpendiculaires entre elles, sont dans un plan normal au rayon lumineux Or. Or, de l' identité des équations que nous venons de rappeler, il résulte que la vitesse du déplacement électrique est parallèle à la vibration de Fresnel, la force électromagnétique parallèle à celle de Neumann, enfin le moment électromagnétique et, par suite, la force électromotrice parallèles à la vibration de M Sarrau. Nous en concluons que le déplacement électrique s' effectue dans le plan de l' onde perpendiculairement à la force électromagnétique, et que cette dernière quantité, située dans le plan de l' onde, est perpendiculaire à la direction du rayon lumineux et à la force électromotrice, elle-même normale au rayon . Dans le cas d' un corps isotrope, la direction de ce rayon se confond avec celle de la normale On au plan de l' onde et par conséquent la force électromotrice prend la direction du déplacement comme nous le savions déjà. Quant aux directions par rapport au plan de polarisation il résulte de ce que nous savons sur la position de ce plan relativement aux vibrations de l' éther que la force électromotrice et le déplacement sont presque normaux au plan de polarisation tandis que la force électromagnétique lui est sensiblement parallèle. Si l' on passe au cas d' un milieu isotrope ces quantités deviennent rigoureusement perpendiculaires ou parallèles au plan de polarisation. I 98- *propagation dans un milieu imparfaitement isolant. -absorption de la lumière. -nous avons dans ce cas le choix entre les formules / Ix / de Maxwell et les formules / X / de M Potier / I 7 oeti 7 i / . Ces deux groupes de formules conduisant aux*

p178

mêmes résultats, prenons celles de Maxwell et cherchons quel est alors le mode de propagation d' une onde plane électromagnétique. Si nous prenons le plan des Xy parallèle au plan de l' onde et l' axe des X, parallèle à la direction du moment

électromagnétique, nous avons (..), et les équations / I / du paragraphe I 77 se réduisent à la première (..) ; d' où nous tirons : (..), en négligeant la constante d' intégration qui doit être nulle lorsque les perturbations sont périodiques. En portant ces valeurs dans la première des équations / Ix / de Maxwell , nous obtenons : (..). Mais les groupes d' équations / I /, / Ii /, / Iii / du paragraphe I 67 nous donnent : (..), ou, puisque, par suite du choix des axes de coordonnées, F ne dépend pas de Y (..) ; nous avons donc en éliminant U entre l' équation / I / et cette dernière (..). Cette équation est satisfaite par une fonction périodique du temps de la forme (..),

p179

pourvu que les coefficients Netm satisfassent à la relation (..). Mais N ayant pour valeur (..), T désignant la période de la fonction, cette quantité est réelle ; par suite (..) est une quantité essentiellement imaginaire. Il en est de même de M et nous pouvons poser (..). En portant cette valeur de M dans l' égalité précédente et en écrivant qu' il y a égalité entre les parties réelles et les parties imaginaires nous obtenons les deux conditions (..). La fonction périodique satisfaisant à l' équation peut alors s' écrire (..) dont la partie réelle, la seule qui nous intéresse au point de vue des conséquences expérimentales, est : . I 99-si l' on fait abstraction des variations de F résultant du facteur Cos / (..) /, cette expression nous montre que la valeur du moment électromagnétique varie comme l' exponentielle (..). Or, d' après la seconde des équations de condition, Petq sont de même signe ; par suite, si la direction de propagation de l' onde plane considérée est celle des Z positifs, Petq sont positifs et (..) décroît quand Z augmente. La valeur du moment électromagnétique diminue donc à mesure que l' onde pénètre plus profondément dans le milieu considéré. Il en est de même pour le déplacement électrique et la force électromagnétique puisque les valeurs de ces quantités se déduisent de celles du moment électromagnétique par une suite d' équations différentielles linéaires et du premier ordre qui laissent subsister dans leurs expressions le facteur (..).

p180

Il en est encore ainsi pour la vitesse de déplacement d' une molécule d' éther luminifère puisque nous avons vu que cette vitesse est proportionnelle à la force électromagnétique. Par conséquent, lorsque les perturbations magnétiques seront assez rapides pour donner lieu aux phénomènes lumineux, l' intensité de la lumière, proportionnelle au carré de la vitesse moyenne d' une molécule d' éther, devra varier comme (..). 2 oo-dans le cas où la substance considérée possède un pouvoir inducteur spécifique très faible et une perméabilité magnétique voisine de I, la valeur de P déduite des équations montre que cette quantité est sensiblement proportionnelle à la racine carrée de C. Il résulte

donc de ce qui précède que l'intensité de la lumière transmise par un tel milieu est d'autant plus faible que C est plus grand ; en d'autres termes, plus un corps est conducteur pour l'électricité, plus il est opaque pour la lumière. Il y a un grand nombre d'exceptions à cette règle. Toutefois, d'une manière générale, les corps solides transparents sont de bons isolants tandis que les corps solides conducteurs sont très opaques. En outre, il résulte des recherches de M^j Curie sur les diélectriques que la liste de ces corps rangés par ordre de conductibilité croissante est presque identique à celle de ces mêmes corps rangés par ordre de diathermanéité décroissante. Voici ces deux listes ; celle des pouvoirs diathermes est déduite des travaux de Melloni. (..).

p181

On pourrait encore citer l'ébonite qui a été signalée comme se laissant facilement traverser par les radiations obscures. 2 o -contrairement à la loi précédente les électrolytes sont bons conducteurs de l'électricité et généralement transparents. Maxwell explique ce fait en faisant observer que la conductibilité des électrolytes n'est pas de même nature que la conductibilité des métaux. Dans ceux-ci les molécules matérielles sont en repos ; et l'électricité seule est en mouvement ; dans les électrolytes, au contraire, les ions se meuvent d'une électrode à l'autre et le transport de l'électricité s'effectue par les ions qui deviennent ainsi les convecteurs de l'électricité. On peut trouver une autre explication qui a été également donnée par Maxwell. L'énergie absorbée par le passage de l'onde à travers la substance doit se retrouver nécessairement sous une forme quelconque. Dans les métaux, elle se transforme en chaleur. Dans les électrolytes, elle sert à effectuer la séparation des ions. Mais le sens du mouvement des ions dépend de celui du mouvement électrique ; par suite, l'effet produit par le passage d'une certaine quantité d'électricité dans un sens se trouve détruit par le passage d'une même quantité en sens inverse et une succession de courants alternatifs comme ceux qui résultent des perturbations capables de produire la lumière ne peut donner lieu à une décomposition. Il n'y a donc pas d'énergie absorbée et l'intensité lumineuse à la sortie d'un électrolyte doit être sensiblement égale à l'intensité de la lumière incidente. 2 o 2-Maxwell a fait quelques expériences pour vérifier quantitativement si l'intensité lumineuse décroît bien comme l'exponentielle (..). Il a opéré sur le platine, l'or, l'argent, qui réduits en lames très minces, laissent passer la lumière. Il semble résulter que la transparence de ces corps est beaucoup plus grande que ne le voudrait la théorie. Mais ce résultat s'explique facilement ; l'épaisseur des lames n'est pas uniforme et une forte proportion de la lumière transmise traverse une épaisseur beaucoup plus faible que la valeur de Z prise dans le calcul de l'exponentielle. 2 o 3 réflexion des ondes. -les lois de la

lumière peuvent se déduire des équations du champ magnétique. Dans une note publiée dans la traduction française du traité de Maxwell / Tii, P 507 / M Potier a montré qu' on retrouve ainsi les formules données par Fresnel pour la réflexion vitreuse et celles de Cauchy et Lamé pour la réflexion métallique. Ces formules ayant été vérifiées par l' expérience, leur déduction de la théorie de Maxwell est une nouvelle confirmation de cette théorie. Cependant, les valeurs numériques des constantes, déterminées par les méthodes optique et électrique ne concordent pas ; le désaccord, notable pour les diélectriques transparents, est encore plus marqué pour les métaux. En particulier la réflexion de la lumière sur le fer devrait différer, d' après la théorie de Maxwell, de la réflexion sur les autres métaux puisque le coefficient de perméabilité magnétique du fer est environ 3000 fois plus grand que celui de la plupart des métaux ; or l' expérience n' a jusqu' ici, révélé aucune particularité dans les lois de la réflexion sur le fer. Cette divergence peut s' expliquer si l' on suppose que l' induction magnétique est un phénomène qui n' est pas instantané. Avec des vibrations extrêmement rapides, le phénomène n' aurait pas le temps de se produire. On pourrait invoquer un argument à l' appui de cette manière de voir. Les expériences de M Fizeau sur la vitesse de propagation de l' électricité à travers un fil ont prouvé que cette vitesse est plus faible dans le fer que dans le cuivre. Cela s' explique aisément car grâce au phénomène de l' aimantation transversale qui se produit dans un fil de fer parcouru par un courant, la self-induction du fer est plus grande que celle du cuivre. Au contraire, les expériences de Hertz donnent pour la vitesse dans le fer la même valeur que pour la vitesse dans le cuivre, comme si, dans ces alternances extrêmement rapides réalisées par l' illustre physicien de Carlsruhe, le fer n' avait pas le temps de se magnétiser par induction. /.../. 204 énergie de la radiation. -dans les théories ordinaires des phénomènes lumineux, le milieu qui transmet la lumière

renferme de l' énergie sous forme d' énergie potentielle et sous forme d' énergie cinétique ; l' énergie potentielle est due à la déformation du milieu, supposé élastique ; l' énergie cinétique résulte de son mouvement vibratoire. L' énergie totale d' un élément de volume reste constante et par suite, quand l' énergie potentielle varie, l' énergie cinétique varie en sens inverse d' une quantité égale. Dans la théorie électromagnétique, on suppose également que l' énergie du milieu est en partie potentielle, en partie cinétique. L' énergie potentielle, due aux actions électrostatiques, a pour expression (...), l' énergie cinétique est

le potentiel électrodynamique du système de courants développés dans le milieu, c'est-à-dire (...). Cherchons les valeurs de ces deux quantités dans le cas d'une onde plane parallèle au plan Xy et dans laquelle le moment électromagnétique est dirigé parallèlement à l'axe des X. Nous avons alors, d'après le paragraphe I 8 i, (...), et les expressions des deux formes de l'énergie deviennent (...). Mais les équations / Vii / et / Iii / du champ électromagnétique nous donnent (...);

p184

de sorte que nous avons pour les valeurs de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique rapportées à l'unité de volume (...). La fonction F, devant satisfaire à l'équation différentielle (...). Les valeurs / I / et / 2 / des deux formes de l'énergie sont donc égales entre elles ; quand l'une d'elles varie, l'autre varie dans le même sens de la même quantité . Nécessairement, puisqu'il y a conservation de l'énergie dans le système tout entier, l'énergie perdue dans un élément de volume doit se retrouver dans un autre élément. Ces conséquences diffèrent de celles des théories ordinaires de la lumière que nous avons rappelées en commençant. 2 o 5 tensions et pressions dans le milieu qui transmet la lumière. -nous avons vu que dans un milieu diélectrique en équilibre contraint, un élément de surface perpendiculaire aux lignes de force, subit une tension normale dont la valeur par

p185

unité de surface est égale au produit de (...) par le carré de la force électromotrice, tandis que sur les éléments parallèles aux lignes s'exercent des pressions qui, rapportées à l'unité de surface, ont la même valeur que cette tension. Si donc nous prenons l'axe des X parallèle aux lignes de force et si avec Maxwell, nous convenons de représenter les pressions par des quantités négatives, nous aurons pour les valeurs des tensions et des pressions, par unité de surface, qui s'exercent sur des éléments perpendiculaires aux axes de coordonnées, (...). Mais, avec ce système d'axes, l'énergie électrostatique rapportée à l'unité de volume a pour valeur (...); par conséquent les tensions et pressions par unité de surface sur les éléments considérés sont égales à l'énergie électrostatique par unité de volume. 2 o 6-la loi des attractions et des répulsions étant la même pour les masses électriques et les masses magnétiques nous devons nous attendre à trouver des tensions et des pressions analogues aux précédentes dans le champ magnétique. Maxwell traite le cas général où il existe dans le champ des aimants et des courants. La méthode qu'il emploie est sujette à des objections. Mais il est inutile d'envisager le cas général puisque, d'après l'hypothèse d'Ampère, le magnétisme permanent s'explique par des courants particuliers. Nous pouvons donc supposer qu'il n'y a que des courants circulant

dans un milieu dont la perméabilité est égale à μ ; nous y gagnerons en rigueur et en concision. Considérons un élément de volume (ΔV) , et soient U, V, W les composantes de la vitesse de l'électricité au point qu'il occupe. D'après notre hypothèse, l'induction magnétique en ce point se confond avec la force électromagnétique et les formules du paragraphe I 6 o qui donnent les composantes de la force électrodynamique

p186

rapportées à l'unité de volume deviennent (ΔV) . Les composantes U, V, W de la vitesse de l'électricité étant liées à celles de la force électromagnétique par les équations $\frac{U}{\mu} = \frac{V}{\mu} = \frac{W}{\mu}$, la première des équations précédentes peut s'écrire (ΔV) , ou, en ajoutant et retranchant au second membre le produit (ΔV) . Mais, puisque la force électromagnétique est égale à l'induction magnétique, la relation qui lie les composantes de cette dernière quantité (ΔV) ; nous pouvons donc ajouter le produit (ΔV) au second membre de la relation qui donne (ΔV) sans en changer la valeur et nous avons (ΔV) . En rangeant convenablement les termes du second membre on

p187

voit que l'on peut écrire (ΔV) . 2 o 7-supposons maintenant que les forces électrodynamiques soient dues à des pressions ou tensions résultant de l'élasticité du milieu et désignons les composantes des tensions par (ΔV) . Un parallélépipède élémentaire de volume (ΔV) et dont les faces sont parallèles aux plans de coordonnées doit être en équilibre sous l'action de ces neuf forces et des trois composantes (ΔV) de la force électrodynamique. En écrivant que ce parallélépipède ne peut prendre aucun mouvement de rotation autour d'un quelconque des axes de coordonnées, nous obtenons les relations (ΔV) ; et, en écrivant qu'il ne peut y avoir translation suivant ces mêmes axes, nous avons (ΔV) . L'identification de ces valeurs de X, Y, Z avec celles que l'on a déduites des équations obtenues dans le paragraphe précédent

p188

nous donne : (ΔV) . Lorsqu'on prend les axes de coordonnées de telle sorte que l'axe des X soit parallèle à la force magnétique, on a (ΔV) et par conséquent les six dernières composantes des tensions que nous venons de calculer sont nulles. Les trois premières deviennent (ΔV) . Un élément perpendiculaire aux lignes de force magnétique éprouve donc une tension normale et les éléments parallèles à ces lignes de force, des pressions normales. Les valeurs de cette tension et de ces pressions rapportées à l'unité de surface, sont égales entre elles. Elles sont aussi égales à l'énergie électrodynamique par unité de volume puisque cette énergie, par suite du choix des axes de coordonnées, devient (ΔV) . 2 o 8-appliquons ces résultats au cas

d'un milieu transmettant des ondes planes, en prenant le plan des Xy parallèle à l'onde et l'axe des X parallèle au moment électromagnétique. La force électromotrice ayant même direction que le moment électromagnétique, les lignes de force électrique sont parallèles à l'axe des X ; un élément perpendiculaire à cet axe subit donc

p189

une tension normale dont la valeur par unité de surface est égale à l'énergie électrostatique W rapportée à l'unité de volume. Mais les lignes de force magnétique sont perpendiculaires aux lignes de force électrique puisque la force électromagnétique et la force électromotrice sont rectangulaires entre elles ; par suite, l'élément considéré est parallèle aux lignes de force magnétique et de ce fait, il éprouve une pression normale dont la valeur par unité de surface est égale à l'énergie électrodynamique T rapportée à l'unité de volume. Ces deux quantités W et T étant toujours égales entre elles / 204 / la pression et la tension qui s'exercent sur l'élément se compensent. On verrait qu'il en est de même pour un élément perpendiculaire à l'axe des Y. Pour un élément perpendiculaire à l'axe des Z, c'est-à-dire parallèle au plan de l'onde, la pression électrostatique s'ajoute à la pression électromagnétique, de sorte que la pression totale par unité de surface est égale à l'énergie totale par unité de volume. 209-Maxwell a calculé la pression qui s'exerce sur une surface éclairée par le soleil. En admettant que l'énergie de la lumière qu'un fort rayon de soleil envoie sur un espace d'un mètre carré est de 124,1 kilogrammètres par seconde, l'énergie moyenne contenue dans un mètre cube de l'espace traversé par le rayon est d'environ (..) kilogrammètre ; par suite la pression moyenne par mètre carré est (..) kilogramme ou 0,00436 gramme. La moitié de cette pression étant égale à l'énergie électrostatique et à l'énergie électrodynamique, il est facile d'obtenir les valeurs de la force électromotrice par unité de longueur et de la force électromagnétique. Maxwell a trouvé que la force électromotrice est d'environ 600 volts par mètre et que la force électromagnétique est de 0,193 en mesure électromagnétique, soit un peu plus du dixième de la composante horizontale du champ magnétique terrestre en Angleterre. 210

interprétation des pressions électrodynamiques. -nous avons fait remarquer que l'existence des pressions

p190

électrostatiques s'accordait mal avec l'hypothèse fondamentale de la localisation de l'énergie dans le milieu diélectrique. Les pressions électrodynamiques s'interprètent plus facilement et dans un mémoire publié dans le *Philosophical Magazine*, Maxwell en a donné une explication qui présente un certain intérêt. L'énergie électrodynamique (..) étant supposée de l'

énergie cinétique nous pouvons regarder le milieu dans lequel s'effectuent les phénomènes électrodynamiques comme constitué par des molécules animées de mouvements de rotation. Si (...) sont les composantes du mouvement de rotation d'une des molécules supposée libre, l'énergie cinétique résultant de ce mouvement est proportionnelle à (...). Il est donc possible d'identifier l'expression de l'énergie électrodynamique avec celle de l'énergie du milieu tourbillonnant en prenant les composantes de la rotation proportionnelles à celles de la force électromagnétique. La direction de cette force devient alors celle de l'axe de rotation de la molécule. Si nous supposons cette molécule sphérique, elle tendra à s'aplatir aux pôles et à se renfler à l'équateur. Un élément de surface perpendiculaire à l'axe de rotation se trouvera sollicité par une force normale dirigée vers le centre de la molécule ; au contraire, un élément situé sur l'équateur parallèlement à l'axe subira une force normale dirigée vers l'extérieur de la molécule tournante. Comme l'axe de rotation a même direction que la force magnétique, un élément perpendiculaire à cette force est donc soumis à une tension, tandis qu'un élément parallèle est soumis à une pression. La différence algébrique entre les valeurs de cette pression et de cette tension est due à la force centrifuge ; elle est proportionnelle à (...), c'est-à-dire au double de l'énergie cinétique. Nous retrouvons donc bien les résultats du paragraphe 3 o 7. Dans son mémoire, Maxwell suppose que la rotation des molécules magnétiques se transmet de l'une à l'autre au moyen d'un mécanisme de connexion formé de petites molécules sphériques

p191

dont le rôle peut être assimilé à celui d'engrenages. L'induction magnétique est alors due à l'inertie des sphères tournantes, la force électromotrice est l'effort exercé sur le mécanisme de connexion, enfin le déplacement de l'électricité est le déplacement résultant des déformations de ce mécanisme.

p192

Polarisation rotatoire magnétique. 2 ii *lois du phénomène*. - la rotation du plan de polarisation de la lumière sous l'influence d'un champ magnétique créé par des aimants ou des courants est le phénomène le plus remarquable de ceux qui mettent en évidence les actions réciproques de la lumière et de l'électricité. Découverte par Faraday en 1845, la polarisation rotatoire magnétique a été ensuite étudiée par Verdet qui a établi les lois suivantes : 1 la rotation du plan de polarisation d'une lumière simple est proportionnelle à l'épaisseur du milieu traversé par le rayon ; elle varie à peu près en raison inverse du carré de la longueur d'onde de la lumière employée ; 2 elle est proportionnelle à la composante de l'intensité du champ magnétique suivant la direction du rayon ; la

rotation est donc maximum quand la direction du rayon coïncide avec celle du champ ; elle varie comme le cosinus de l' angle formé par ces deux directions lorsqu' elles ne coïncident pas ; 3 sa grandeur et son sens dépendent de la nature du milieu. Les corps diamagnétiques dévient le plan de polarisation dans le sens du courant qui, tournant autour du rayon, donnerait au champ sa direction actuelle ; les corps magnétiques, comme les dissolutions de perchlorure de fer dans l' alcool ou l' éther donnent une rotation inverse. Toutefois cette dernière loi présente quelques exceptions ; ainsi le chromate neutre de potasse, quoique diamagnétique, produit comme le perchlorure de fer une rotation de sens inverse à celui du courant. 2 i 2-une différence importante distingue la polarisation

p193

rotatoire magnétique de la polarisation rotatoire que présentent naturellement certaines substances cristallisées comme le quartz, et plusieurs liquides comme l' essence de térébenthine. Dans ce dernier phénomène la rotation du plan de polarisation est encore proportionnelle à l' épaisseur de la substance traversée, mais le sens de cette rotation change en même temps que la direction de propagation du rayon ; en d' autres termes le sens de rotation reste toujours le même pour un observateur qui se place de manière à recevoir le rayon de lumière. Par suite, les plans de polarisation de deux rayons traversant, suivant des directions opposées, une même épaisseur d' une substance active, subissent des déviations égales mais de sens inverse. Il en résulte que si un rayon polarisé rectilignement, après avoir traversé une substance, est réfléchi sur lui-même de manière à la traverser une seconde fois en sens inverse, le plan de polarisation de la lumière émergente se confond avec celui de la lumière incidente. Dans la polarisation rotatoire magnétique le sens de la rotation est indépendant de la direction du rayon ; il ne dépend, pour une substance déterminée, que de la direction du champ magnétique. Un rayon lumineux que l' on fait passer deux fois en sens inverses à travers cette substance au moyen d' une réflexion subit donc une rotation double de celle qui résulterait d' un seul passage. Cette propriété a été mise à profit pour augmenter considérablement la rotation observée en faisant traverser plusieurs fois la substance par le même rayon S, à l' aide de deux miroirs plans M et (..) / Fig 34 / disposés presque normalement à la direction du rayon. Cet artifice et l' emploi d' un champ magnétique très puissant ont permis à Mh Becquerel et à M Bichat de découvrir presque simultanément le pouvoir rotatoire des gaz qui avait échappé aux observations de Faraday et de Verdet.

p226

238 *phénomène de Kerr*. -à la polarisation rotatoire magnétique se rattache un phénomène découvert en I 876 par M

Kerr et qui consiste dans la rotation du plan de polarisation d'un rayon polarisé réfléchi sur le pôle d'un aimant. La lumière d'une lampe, polarisée par un nicol et réfléchie par une lame de verre inclinée à (...), tombe normalement sur le pôle, s'y réfléchit et, après avoir traversé la lame de verre et un nicol analyseur, est reçue par l'oeil. Une masse de fer, qui est percée d'un trou conique pour permettre le passage aux rayons lumineux, est placée très près de la surface réfléchissante, dans le but de rendre très intense l'aimantation de cette surface. Ayant placé le polariseur dans une position telle que les vibrations qui tombaient sur les pôles étaient parallèles ou perpendiculaires au plan d'incidence, et ayant tourné l'analyseur jusqu'à l'extinction, M Kerr vit reparaître la lumière, bien que faiblement, en aimantant par un courant le pôle réfléchissant. Mais comme M Kerr ne disposait que d'une faible force magnétique, pour rendre l'action plus évidente, il déplaçait légèrement le polariseur ou l'analyseur avant de faire l'expérience, de manière à ce que l'extinction ne fut pas complète. Au moment

p227

où l'on fermait le courant dans une certaine direction, la lumière reçue par l'oeil augmentait ; dans la direction contraire, elle diminuait et souvent l'on arrivait tout à fait à l'extinction. Cette diminution de l'intensité se produisait si, avant le passage du courant, on avait tourné l'analyseur dans une direction contraire à celle du courant d'aimantation. M Kerr en conclut qu'il se produisait par l'aimantation, une rotation du plan de polarisation, en sens contraire des courants d'Ampère. M Kerr observa également une rotation lorsque le rayon tombait obliquement sur la surface réfléchissante ; mais dans ce cas les phénomènes se compliquent de la polarisation elliptique due à la réflexion métallique, à moins cependant que les vibrations du rayon incident soient ou parallèles ou perpendiculaires au plan d'incidence. 239-M Gordon et M Fitzgerald répétèrent bientôt ces expériences avec des champs magnétiques très puissants ; les résultats qu'ils obtinrent confirmèrent les travaux de M Kerr. Plus récemment l'étude de ce phénomène a été reprise par M Righi qui l'a rendu plus facilement observable en l'amplifiant par des réflexions successives du rayon lumineux sur deux pôles d'aimant convenablement disposés. Enfin M Kuntz s'est également occupé de cette question ; il a montré que la réflexion sur le nickel et le cobalt donnait aussi naissance au phénomène de Kerr ; de plus, il a reconnu que la rotation du plan de polarisation dans le cas de l'incidence normale, qui change de valeur avec la couleur de la radiation, est plus grande pour les rayons rouges que pour les rayons violets : la dispersion est donc anormale. Mais malgré ces nombreux travaux et les recherches théoriques de M Righi l'explication complète du phénomène de Kerr

fait encore défaut. On ne peut affirmer si c' est un phénomène nouveau ou s' il est dû uniquement au pouvoir rotatoire magnétique de l' air qui environne les pôles. Aussi, n' insisterons-nous pas plus longuement sur ce sujet. En résumé, Maxwell n' est pas arrivé à se tirer des difficultés que soulève le phénomène observé par Faraday. M Potier en a donné une théorie satisfaisante. Nous verrons plus loin que M Lorentz est également arrivé à une explication satisfaisante qui se rattache à ses idées générales sur la nature de l' électricité. Disons seulement que dans la théorie de Lorentz comme dans celle de Potier, les molécules matérielles prennent part à la vibration et que c' est cette circonstance qui produit la polarisation rotatoire ; seulement, dans la théorie de Potier, les molécules en mouvement agissent parce qu' elles transportent avec elles leur magnétisme ; dans celle de Lorentz, elles agissent parce qu' elles transportent avec elles une charge électrique.

262-la formule d' Ampère peut-elle être considérée comme un cas particulier de celle de Helmholtz ? En aucune façon. Nous avons vu, en effet, que dans la théorie d' Ampère l' action mutuelle de deux éléments n' a pas de potentiel. La formule d' Ampère est la seule qui explique les faits par une action entre deux éléments, réduite à une force dirigée suivant la droite qui les joint. Dès qu' on admet que cette action dérive d' un potentiel, comme le potentiel dépend de l' orientation des éléments, ses dérivées par rapport aux angles qui définissent cette orientation ne sont pas identiquement nulles, et il en est de même du travail virtuel qu' entraîne une variation infinitésimale de ces angles ; c' est dire que, outre la force dirigée suivant la droite de jonction, existent des couples qui tendent à faire tourner les éléments et dont les moments sont de l' ordre de grandeur de la force. M Bertrand a fait à ce sujet des objections à la théorie de Helmholtz / comptes rendus, Lxxiii, P 965 ; Lxxv, P 86 o ; Lxxvii, Pio 49 / ; selon lui, tous ces couples, agissant sur tous les éléments d' un fil conducteur parcouru par un courant et soumis à l' action d' un autre courant ou de la terre, devraient immédiatement briser le fil et le réduire en poussière. Helmholtz répondait qu' une aiguille aimantée ne se brisait pas sous l' action de la terre, quoique sur chaque élément de longueur agit un couple dont le moment est de l' ordre de grandeur de l' élément. M Bertrand a répliqué que personne ne croyait plus aujourd' hui à l' existence réelle des fluides magnétiques de Coulomb et que la réponse de Helmholtz n' avait pas de sens ; il semble que Helmholtz

aurait pu dire qu' on ne croyait pas davantage à l' existence

objective d'un courant matériel circulant dans un conducteur. Je ne veux pas m'immiscer dans cette polémique ; je veux toutefois montrer en quoi consiste le malentendu qui sépare ces deux savants éminents. Pour M Bertrand, le courant se compose d'éléments extrêmement petits, dont le nombre est extrêmement grand quoique fini ; à chacun d'eux est appliqué un couple dont les deux composantes ont une existence réelle et un point d'application parfaitement déterminé. Sur la figure, les éléments sont représentés par les quatre rectangles en trait plein et les couples qui leur sont appliqués sont (...). Dans ces conditions, il est clair que la rupture se produira suivant la ligne pointillée Xy. Pour M Von Helmholtz au contraire le couple n'est qu'une sorte de tendance à tourner qui a une existence propre indépendante de ses deux composantes, qui peuvent ne pas avoir de point d'application déterminé. Le couple existe toutes les fois que la rotation produit un travail. En d'autres termes Helmholtz suppose que, si loin que l'on pousse la division de la matière, chaque partie restera toujours soumise à un couple. M Bertrand croit au contraire qu'il arrivera un moment où les parties ultimes de la matière seront soumises à une force unique et qu'en adoptant une autre manière de voir, on est dupe d'une fiction mathématique qui cache la réalité des faits. Il ne serait peut-être pas impossible, même en acceptant le point de vue de M Bertrand, d'imaginer une distribution des forces qui n'entraînerait pas la rupture des conducteurs. Mais elle serait probablement compliquée et peu naturelle. Je me bornerai à rappeler que, dans la théorie de Weber,

p277

qui n'est qu'un cas particulier de celle de Helmholtz, on peut tout expliquer en supposant que l'action mutuelle de deux éléments se réduit à une force unique dirigée suivant la droite qui les joint. J'ai dit au N 258 comment cela peut se concilier avec le fait de l'existence d'un potentiel qui est en apparence contradictoire.

p343

Théorie de Hertz. électrodynamique des corps en repos. 29 o-avant d'entrer dans l'étude détaillée de cette théorie, commençons par indiquer en quelques lignes les idées que Hertz avait sur le point de départ des autres théories électrodynamiques proposées avant lui. Il constate d'abord qu'en allant de l'idée de la simple action à distance à l'action par l'intermédiaire d'un milieu, on peut se placer à plusieurs points de vue différents : *l'action à distance*. -pour que cette action puisse s'exercer il faut que les deux corps entre lesquels elle s'exerce existent en même temps ; s'il n'y en a qu'un seul, cette action électrique ne peut pas exister : c'est le point de vue astronomique de l'attraction réciproque. 2 *point de vue de la théorie du potentiel*. -on suppose que la

force électrique existe même avec un seul corps électrisé, avant qu' on introduise dans le champ un autre corps électrisé. 3 *polarisation du diélectrique*. -on suppose les diélectriques constitués de cellules qui s' électrisent par influence. Si on considère un condensateur, les forces qui s' exercent entre les armatures seraient alors dues non seulement aux charges des deux armatures, mais aussi aux charges des cellules. C' est le point de départ de la théorie de Poisson. Si on attribue aux cellules le rôle principal, les forces à distance ne jouent plus alors qu' un rôle minime ; on ne peut cependant les négliger faute de supprimer en même temps l' action par influence sur les cellules : c' est l' idée de Helmholtz.

p344

4 *suppression de toute action à distance*. -le champ consiste alors en une certaine polarisation du diélectrique : c' est l' idée de Maxwell. Cependant le livre classique de Maxwell ne s' explique pas complètement en partant de là. Hertz attribue ce défaut de clarté à deux causes : a / le mot " électricité " n' a pas un sens précis dans ses raisonnements : il l' emploie pour désigner l' électricité dans le sens vulgaire, dans le sens fluide incompressible, etc. B / l' ouvrage de Maxwell ne forme pas un seul ensemble d' idées : il donne plusieurs théories se rapportant au même sujet, puis il les abandonne successivement, de sorte qu' on y trouve plutôt un mélange de théories qu' une théorie unique. En somme, Hertz n' admet que les équations établies par Maxwell, en laissant de côté le texte de son ouvrage classique comme étant obscur, et il essaie, en se posant ses équations finales d' avance, de faire une théorie y conduisant. C' est cette théorie de Hertz que nous nous proposons d' exposer et discuter en détail. Toute la théorie de Hertz est contenue dans deux mémoires célèbres qu' il a publiés en 1890 et qui sont intitulés : *sur les équations fondamentales de l' électrodynamique des corps en repos et l' autre sur les équations fondamentales de l' électrodynamique des corps en mouvement* . Il y aurait peut-être des réserves à faire sur cette distinction peu justifiée, car les actions électriques étant mesurées au moyen de petits corps qui sont mis en mouvement, ces petits corps en mouvement modifient un peu le champ ; mais on peut supposer qu' ils le modifient peu. Nous diviserons donc l' étude de la théorie de Hertz en deux parties : l' électrodynamique des corps en repos et l' électrodynamique des corps en mouvement, et nous emploierons les notations

p345

de Maxwell qu' on retrouvera aussi dans la théorie de Lorentz.

p352

299 *définition de l' électricité et du magnétisme* d' après Hertz. -voici comment Hertz définit les quantités d'

électricité et de magnétisme qui se trouvent à l'intérieur d'un volume T limité par une surface S . Hertz distingue d'abord le magnétisme libre et le magnétisme vrai, puis l'électricité libre et l'électricité vraie. La quantité de magnétisme libre à l'intérieur du volume T est, par définition, le flux de force magnétique total à travers la surface S qui limite le volume T , divisé par (...). Le magnétisme vrai se définit de la même manière, seulement au lieu de considérer le flux de force magnétique on considère le flux d'induction magnétique. On peut par conséquent écrire symboliquement, (...).

p353

l'électricité libre, c'est le flux de force électrique divisé par (...); seulement comme je prendrai les unités électromagnétiques, il faut introduire en plus le facteur (...) / valeur de K dans le vide /. *l'électricité vraie*, c'est le flux d'induction électrique divisé par (...). On a donc encore, . Nous voyons donc que, pour Hertz, ce qu'on appelle électricité et magnétisme ce n'est pas un fluide, ce n'est pas quelque chose de matériel, mais bien une expression purement analytique : une intégrale ; ce qui existe effectivement c'est la force électrique et la force magnétique. Hertz suppose le champ électrique et le champ magnétique bien déterminés quand on se donne en chaque point la valeur du vecteur appelé force électrique ou force magnétique.

p363

électrodynamique des corps en mouvement. Jusqu'à présent nous ne nous sommes occupé que des corps en repos : nos circuits ne se déplaçaient pas. Nous allons envisager maintenant le cas des circuits en mouvement. L'étude des phénomènes qui se présentent dans ce cas constitue l'électrodynamique des corps en mouvement.

3 o 6 *dérivées par rapport au temps*. -désignons les composantes de la vitesse de la matière par (...) et soit U la valeur d'une fonction en un point $M / X, Y, Z /$; cherchons la dérivée par rapport au temps de cette fonction. Deux cas peuvent se présenter : 1 le point $M / X, Y, Z /$ est fixe.

2 le point $M / X, Y, Z /$ est entraîné dans le mouvement de la matière. On aura par conséquent deux sortes de dérivées par rapport au temps : 1 la dérivée de la fonction U en supposant $M / X, Y, Z /$ fixe ; 2 la dérivée de la fonction U en supposant que $M / X, Y, Z /$ est entraîné dans le mouvement de la matière, dans le premier cas, la valeur de U au temps (...) sera (...) et, dans le second cas, elle sera (...), en désignant par / avec des (...) ronds / les dérivés d'une fonction par rapport au temps quand le point / $X, Y, Z /$ est entraîné dans le mouvement de la matière ; -nous ferons usage de cette convention

p364

toutes les fois qu'on aura à considérer des dérivées par rapport

au temps. Calculons maintenant cette dérivée (...). Considérons donc un point $M / X, Y, Z /$, successivement à l'époque T et à l'époque (...). Ce point étant entraîné dans le mouvement de la matière, ses coordonnées X, Y, Z subissent des accroissements, et il vient alors pour valeur de cette dérivée (...). 3 o 7

induction dans un circuit en mouvement. -considérons un vecteur quelconque (...), une surface S limitée par une courbe C et l'expression (...). Proposons-nous d'évaluer la dérivée de cette expression par rapport au temps. Pour fixer les idées supposons que le vecteur considéré soit la force magnétique (...); l'expression représentera alors ce qu'on appelle le flux de force magnétique à travers la surface considérée. Il y a deux manières d'envisager la question. 1 on peut supposer que la surface S reste fixe, et dans ce cas la dérivée en question s'écrit (...) / avec des D ordinaires / d'après notre convention. 2 on peut supposer, qu'au contraire, la surface S , au lieu de rester fixe, se déplace, entraînée dans le mouvement de la matière, et vienne en (...): dans ce cas c' est la dérivée (...) / avec des (...) ronds / qu'il faut considérer.

p365

Je me propose d'évaluer cette seconde dérivée (...). Quand T augmente et Dt et qu'en même temps la surface S est entraînée dans le mouvement de la matière et vient en (...) subit alors un accroissement représenté par (...). Cet accroissement peut être décomposé en trois parties distinctes. Soit (...) une surface annulaire qu'on peut faire passer par les circuits (...) qui limitent les surfaces (...). Les trois parties de l'accroissement sont : 1 l'accroissement subi pendant le temps Dt par le flux qui traverse la surface S . Cet accroissement a pour valeur (...). 2 le flux qui traverse la surface annulaire (...). Je désignerai par (...) cet accroissement ; 3 la différence entre le flux qui traverse (...) et le flux qui traverse (...). J'appellerai (...) cette différence. On a donc, (...) évaluons chaque terme du second membre séparément. D'abord, pour (...), on a, en différentiant (...) par rapport à T , (...).

p366

Calculons maintenant (...). Soit C_c la courbe qui limite la surface S ; au bout du temps Dt cette courbe vient en (...) et si nous considérons deux points P_p , limitant un arc (...) sur la courbe C , au bout du temps Dt cet arc viendra en (...). Considérons le petit quadrilatère (...) formé par les deux arcs (...) et les deux petites droites (...). Ce petit quadrilatère est assimilable à un parallélogramme. Appelons (...) son aire et évaluons le flux de force magnétique à travers cette aire. à cet effet menons par les sommets du petit parallélogramme des droites représentant la force magnétique en grandeur et direction, et considérons le petit parallépipède ainsi formé. Je dis que le volume de ce parallépipède représente le flux cherché. En effet

et la hauteur c' est la composante normale de la force magnétique, par construction. Le calcul du flux cherché se ramène donc au calcul du volume du parallélépipède (...). évaluons ce volume. Observons à cet effet que (...) c' est le chemin parcouru pendant le temps Dt par le point P ; les trois composantes de ce petit chemin sont, en désignant par (...), les composantes de la vitesse du point P / qui est la même que la vitesse de la matière / (...). Le volume du parallélépipède en question est donc . Pour avoir le flux total il faut intégrer cette expression, il vient alors, (...).

p367

Développons le déterminant qui figure dans le second membre ; en désignant par X, Y, Z ses mineurs, il vient, (...), la dernière intégrale étant étendue au contour C . Transformons cette dernière intégrale par le théorème de Stokes, il vient, (...). Calculons maintenant (...). Nous avons désigné par ce symbole la différence des flux qui traversent (...). Remarquons d'abord que ces surfaces sont limitées par une même courbe (...). Pour avoir considérons un élément de surface (...) de S et par les différents points de cet élément menons des lignes de force ; nous déterminerons ainsi des tubes de force qui découperont sur un élément (...). Quel est le flux total qui traverse le petit cylindre ainsi formé ? Si nous désignons par (...) le volume de ce cylindre infiniment délié, ce flux a pour valeur (...) et il provient de l'excédent du flux qui traverse (...) sur celui qui traverse (...) et du flux qui traverse les parois latérales du cylindre.

p368

Mais remarquons que ce dernier est nul : à travers les parois d'un tube de force ne passe pas de flux. Le flux total est donc la différence entre le flux qui traverse (...) et celui qui traverse : c' est précisément la quantité que nous voulions calculer. Mais il nous reste encore à évaluer (...). Or nous avons sur la figure (...), H étant la hauteur du petit cylindre dont les bases sont (...), c' est-à-dire la projection de Ab sur la normale à S . Remarquons que le point A sur la surface S , à l'époque T , appartient à la surface (...) à l'époque (...) : il vient en C , voisin de B . D'autre part, on a, (...), et comme Cb est un arc situé sur (...), la projection de Cb est un infiniment petit d'ordre supérieur. Reste donc à évaluer la projection Ac . Or, les trois projections Ac sur les axes sont (...). Voilà donc la hauteur du cylindre / en supposant que les deux surfaces S , (...) sont infiniment rapprochées l'une de l'autre /. La valeur du volume (...) est alors (...), et l'expression devient, (...), ou encore (...).

p369

;

la relation en (..) devient (...). C'est la formule que nous voulions établir. Les considérations qui précèdent s'appliquent à un vecteur quelconque : on n'aura qu'à remplacer dans le vecteur (..) par un vecteur quelconque ; on aura ainsi des expressions analogues à (...) qu'on déduira des relations en remplaçant le vecteur (..) par le vecteur considéré. 3 o 8

théorème. - nous nous proposons de démontrer encore le théorème suivant qui nous sera utile dans la suite. Prenons un vecteur quelconque-(..) pour préciser les idées-et considérons la valeur absolue de ce vecteur, valeur que je désignerai par N de sorte que (...). Pour démontrer cette relation, considérons un élément de surface (..) quelconque et exprimons le flux qui traverse cet élément. Soit (..) la normale à cet élément et désignons par (..) l'angle que fait le vecteur (..) avec cette normale. Le flux en question a alors pour valeur, (...). Calculons (...). Supposons pour cela que nous ayons affaire à un corps solide ; dans ce cas si sont les composantes de la vitesse de la matière, ces composantes satisferont à une certaine relation qui exprimera que le

corps solide se déplace sans se déformer, c'est-à-dire qu'on aura, (...). Supposons qu'à l'instant T le vecteur N soit perpendiculaire à (...) ; on a alors (...) ; et la relation précédente devient, (...). Cette nouvelle expression de (...) doit être égale à celle trouvée précédemment. En identifiant ces deux expressions il vient (...) ; en multipliant cette relation par N et en remarquant que (...) ; c'est la relation annoncée. Mais n'oublions pas que *cette démonstration suppose que l'élément de surface (..) appartient à un corps solide* .

3 o 9 *équations fondamentales de Hertz.* - ces préliminaires étant établis voyons comment fait Hertz pour trouver les équations fondamentales de l'électrodynamique des corps en mouvement. Rappelons pour cela les lois fondamentales que nous avons trouvées pour les corps en repos. Considérons une surface S limitée par une courbe C . *première loi.* - l'intégrale de ligne de la force électrique, étendue à la courbe C , est égale à la dérivée par rapport au temps du flux d'induction magnétique qui traverse la surface S limitée par le contour C , c'est-à-dire (...). Comment cette loi doit-elle être interprétée pour les corps en mouvement ? Doit-on supposer la surface S fixe, ou bien entraînée dans le mouvement de la matière ? - cette question est tranchée par l'expérience : l'expérience prouve, en effet, qu'on doit supposer la surface S comme étant entraînée dans le mouvement de la matière. C'est ainsi qu'un circuit mobile dans un champ invariable est le siège de courants d'induction. Je n'

insisterai pas sur ces faits expérimentaux : j'admettrai seulement la conclusion. C' est donc la dérivée (..) / avec des ronds / qu' on doit considérer pour les corps en mouvement. *première loi fondamentale.* -il résulte de ce qui précède que : l' *intégrale de ligne de la force électrique*, étendue au contour C, est égale à la *dérivée par rapport au temps du flux d' induction magnétique* qui traverse la surface S limitée par le contour C, cette surface étant supposée comme entraînée dans le mouvement de la matière. l' *expression analytique de cette loi est la suivante*, (..).

p373

Transformons cette expression. Le théorème de Stokes nous donne pour la première intégrale, (..). Quant au second membre transformons-le en lui appliquant le théorème que nous avons démontré plus haut / formule Io / et qui, avons-nous dit, s' applique à un vecteur quelconque. Nous avons pour le vecteur (..) ; pour le vecteur (..), qui nous intéresse en ce moment, nous aurons donc, (..). La relation peut alors s' écrire, (..) ; et en identifiant les coefficients de (..) des deux membres de cette relation, il vient (..) ; ce sont les équations fondamentales de Hertz pour les corps en mouvement.

p374

Rappelons que (..) ont pour valeurs, (..). 3 io-Maxwell raisonne de la même manière, seulement au lieu de considérer le vecteur , il considère le vecteur / A, B, C / qui représente l' induction magnétique suivant lui ; obtient ainsi, (..), car les derniers termes (..) sont nuls si on tient compte de la relation de Maxwell (..). Dans ces équations de Maxwell, les deux premiers termes des seconds membres expriment l' induction magnétique due à la variation du champ et le troisième terme / A , B, C / exprime l' induction magnétique due au mouvement du circuit.

p375

Comparaison entre les relations fondamentales de Hertz et celles de Maxwell. 3 ii-y a-t-il identité entre les équations de Hertz et les équations de Maxwell ? Remarquons que si les deux systèmes d' équations paraissent avoir une certaine analogie quant à leur forme, il n' en est plus de même des vecteurs qui y figurent : le vecteur de Hertz a pour composantes (..), tandis que celui de Maxwell a pour composantes (..). Pour qu' il y ait identité entre ces deux vecteurs, il faut que (..), c' est-à-dire qu' il n' y a identité entre ces deux vecteurs que dans les corps dépourvus de magnétisme permanent ; n' ayant par conséquent que du magnétisme induit . Cependant les équations / I / et / I 3 / peuvent à certaines conditions se ramener l' une à l' autre. Posons en effet, (..), (..) étant les composantes de l' aimantation permanente. On tire de ces relations (..), car (..)

Cela posé, retranchons membre à membre les relations / I 3 / des relations / I / ; il vient (..) et deux autres équations symétriques de celles-là que je n' écris pas. Ces équations doivent être satisfaites pour qu' il y ait identité entre ces équations de Hertz et celles de Maxwell. Tirons (..) des relations / I 4 / et substituons sa valeur dans / I 5 / , il vient, (..), ou, en remplaçant A par sa valeur (..), les deux dernières de ces équations s' obtenant comme la première. Ainsi il y aura identité entre les équations de Hertz et celles de Maxwell si les équations ont lieu. Supposons maintenant que les aimants permanents soient des corps solides qui, en se déplaçant, entraînent avec eux leur aimantation permanente. Je dis que, dans ce dernier cas, les relations / I 6 / sont légitimes. Considérons, en effet, dans un solide aimanté qui entraîne avec lui son aimantation permanente, une surface quelconque et évaluons le flux (..) qui traverse cette surface et qui correspond au vecteur (..). L' aimantation permanente étant entraînée en bloc , on a alors (..).

Or nous avons, pour le vecteur (..) / P 37 o / , (..). Ce sont bien les relations / I 6 / que nous obtenons. Il y a donc identité entre les relations / I / de Hertz et les relations / I 3 / de Maxwell, à condition que l' aimantation soit permanente et qu' elle ne soit pas modifiée par le déplacement de l' aimant. Ces relations cesseraient d' être équivalentes si les corps aimantés ne conservaient pas leur aimantation permanente, si par exemple ils étaient désaimantés par la chaleur. Si les corps aimantés ne sont pas des corps solides, mais se déplacent en se déformant, il n' y aura pas non plus équivalence entre les deux systèmes d' équations, à moins qu' on ne fasse des hypothèses particulières sur l' influence de ces déformations sur l' aimantation. Donnons un exemple d' un cas où les deux systèmes d' équations conduisent à des conclusions contradictoires. Considérons un tore d' acier aimanté uniformément ; il n' a pas d' action sur un morceau de fer placé à l' extérieur, mais sa magnétisation n' est pas nulle : on peut, en effet, la faire apparaître en coupant le tore en deux parties qui agiront comme deux aimants ; par contre, il n' y a pas de magnétisme vrai à l' intérieur du tore. -modifions maintenant son aimantation en le chauffant

après l' avoir entouré d' un fil conducteur enroulé en hélice. Que va-t-il s' y passer ? Les relations de Maxwell annoncent un courant d' induction dans le fil ; d' après les relations de Hertz, il ne doit pas y avoir de courants d' induction dans le fil. On obtient donc des conclusions contradictoires. -peut-être

d' ailleurs aucune des deux formules n' est-elle applicable à un cas de ce genre. 3 i 2 *deuxième loi fondamentale*. -nous avons trouvé pour les corps en repos la relation suivante, (..), où le premier membre représente l' intégrale de ligne de la force magnétique, le premier terme du second membre exprime la quantité d' électricité qui traverse la surface S par conduction et le dernier terme du second membre représente le flux d' induction électrique qui traverse cette même surface. Cette relation est-elle encore valable pour les corps en mouvement ? En d' autres termes, faut-il supposer la surface S fixe ou bien entraînée dans le mouvement de la matière ? Par analogie avec le cas précédent, où on considérait le flux d' induction magnétique, Hertz *admet* qu' on doit considérer la surface S comme étant entraînée dans le mouvement de la matière. C' est donc aux vérifications expérimentales de confirmer ou d' infirmer cette hypothèse de Hertz. Nous verrons dans la suite que beaucoup d' expériences confirment les conséquences qu' on tire des formules de Hertz bâties sur cette hypothèse. La relation devient donc pour les corps en mouvement, (..), et elle constitue la seconde loi fondamentale de l' électrodynamique des corps en mouvement.

p379

3 i 3 *courant total de Hertz*. -transformons cette relation. Le premier membre devient en lui appliquant le théorème de Stokes, (..). D' autre part, le dernier terme du second membre a pour valeur, d' après un théorème précédemment démontré / P 37 o / (..),

p380

U, V, W seront les composantes du courant *total* / courant susceptible de se manifester par un champ /. Les relations deviennent ainsi, (..). Ces équations sont analogues aux équations de Maxwell, pour les corps en repos / N 57 /, à cela près que U, V, W ont des valeurs différentes de celles appartenant aux mêmes lettres des équations. Voyons en quoi diffèrent ces valeurs . Des équations on tire (..),

p381

/ F, G, H / ayant d' ailleurs pour valeur, (..). Comparons ces relations que nous venons d' obtenir avec les relations de Maxwell / N 293 /, on voit que dans le cas présent on a des termes complémentaires qui ne figurent pas dans les relations analogues de Maxwell. Ce sont les termes / F, G, H /. 3 i 4 -quelle est la signification de ces termes ? Pour le voir, explicitons d' abord ces termes. à cet effet, posons, (..). Ces relations nous indiquent que le courant total se compose de quatre parties :

p382

. Indiquons sommairement comment l' expérience a pu déceler l'

existence des deux derniers courants. M Rowland a reconnu que le transport mécanique d' une charge électrostatique équivaut à un courant dirigé dans le sens du mouvement : en employant un disque isolant électrisé, et en le faisant tourner avec une grande rapidité il a observé la création d' un champ magnétique. Supposons maintenant qu' un diélectrique se déplace dans un champ électrique constant mais non uniforme ; supposons, par exemple, un disque d' ébonite mobile autour d' un axe vertical et un système de quatre secteurs métalliques qui couvrent complètement le disque ; en électrisant les secteurs en diagonale, comme l' indique la figure, on obtient deux champs de sens contraires : celui de gauche est dirigé de haut en bas et celui de droite de bas en haut. Le champ en un point quelconque de l' espace sera invariable, mais le disque qui est animé d' un mouvement de rotation traversera successivement des régions où le champ aura des valeurs égales et de signes contraires : la polarisation du diélectrique subira des variations rapides et on aura comme résultat un

p383

courant qui pourra être mis en évidence par un galvanomètre. C' est ce courant qui a été mis en évidence par Rontgen. Seulement les conditions expérimentales sont très compliquées et les expériences excessivement délicates et d' ailleurs purement qualitatives, de sorte que les résultats obtenus par Rontgen ne peuvent ni confirmer ni infirmer l' exactitude de l' expression analytique de ce courant. 3 i 5-interprétons ces résultats. - considérons un diélectrique et adoptons pour l' instant les idées de Mossotti sur les diélectriques / sphères conductrices extrêmement petites, disséminées dans une substance non conductrice jouissant des mêmes propriétés que l' air, qui s' électrisent par influence et qui produisent ainsi la polarisation du diélectrique /. Plaçons ce diélectrique dans un champ électrique : deux cas peuvent se présenter. I *le champ est variable avec le temps*. -dans ce cas on observera un courant dans les petites sphères conductrices ; le courant aura pour composantes (..) ; c' est le *courant de déplacement* de Maxwell au facteur (..) près. Rappelons que K désigne le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique et (..) le pouvoir inducteur spécifique de l' air. Remarquons que si le diélectrique était de l' air, K deviendrait égal à (..) et le courant de déplacement disparaîtrait dans ce cas.

p384

2 supposons maintenant le diélectrique mobile et le champ non uniforme, mais ne variant pas avec le temps. Les sphères de Mossotti seront alors le siège d' un courant de la forme, (..) ; c' est le courant de Rontgen au facteur (..) près. Ce courant est donc dû à un changement d' orientation du diélectrique même sans que le champ électrique varie. Ainsi un observateur

invariablement lié au diélectrique verra varier l'état de polarisation du diélectrique et il y aura par rapport à lui production de courants de déplacement. Passons maintenant aux idées de Maxwell sur les diélectriques. D'après Maxwell, tous les diélectriques sont constitués de la même manière : des petites sphères conductrices séparées par des interstices remplis d'un isolant dont le pouvoir inducteur spécifique est extrêmement petit ; l'air, le vide, sont constitués de la même manière d'après Maxwell : c'est là la différence entre les idées de Mossotti et les idées de Maxwell sur les diélectriques. Le rôle de diélectrique est ici joué par les interstices, ou, pour être plus précis, par la matière qui remplit ces interstices et qui a, avons-nous dit, un pouvoir inducteur spécifique extrêmement petit. En faisant par conséquent (..) dans les relations précédentes on doit trouver les expressions des mêmes courants d'après Maxwell et Hertz. On trouve, en effet, comme composantes du courant de déplacement (..)

p385

et comme composantes du courant de Rontgen (..). C'est bien l'expression du courant de Roentgen qui figure dans les seconds membres des relations. -on aurait donc là un moyen de décider sur la légitimité de l'hypothèse de Maxwell ou de l'hypothèse de Mossotti sur les diélectriques. Malheureusement les expériences que Roentgen a instituées pour mettre en évidence l'existence de ce courant sont insuffisantes et d'ailleurs purement qualitatives, comme nous l'avons déjà fait remarquer : elles ne peuvent nous fixer sur la valeur exacte de ce courant. Quoi qu'il en soit on arrive à la conclusion suivante : le courant total se compose de quatre parties, (..). Vérification des principes de la conservation de l'électricité et de la conservation du magnétisme. 3 i 6-nous allons montrer que la théorie de Hertz pour l'électrodynamique des corps en mouvement est conforme aux principes de la conservation de l'électricité et du magnétisme. Commençons par le principe de la conservation du magnétisme. *principe de la conservation du magnétisme.* -considérons une surface S et supposons qu'elle soit presque complètement fermée et entraînée dans le mouvement de la matière.

p386

Nous avons la relation (..), l'intégrale du premier membre étant étendue à la courbe qui limite la surface S. Dans le cas particulier où nous nous sommes placés, cette intégrale de ligne est très petite, et à la limite, quand la surface S est complètement fermée elle est nulle. La relation devient donc dans ce dernier cas (..). Or cette intégrale représente le flux d'induction magnétique qui traverse la surface S, et qui est, au facteur constant (..) près, la quantité de magnétisme vrai à l'intérieur de la surface en question / d'après la définition même du magnétisme vrai / ; c'est précisément le principe de la

conservation du magnétisme. *principe de la conservation de l'électricité.* -nous avons trouvé (..) l'intégrale de ligne du premier membre s'étendant au contour qui limite la surface S.

p387

Si cette surface est fermée, cette intégrale est nulle et il reste (..), or (..) exprime la quantité d'électricité vraie / par définition /. La relation montre donc que la variation de la quantité d'électricité vraie qui se trouve à l'intérieur de la surface fermée entraînée dans le mouvement de la matière est égale à la quantité d'électricité qui traverse la surface S par conduction : c'est le principe de la conservation de l'électricité. 3 i 7 *première remarque.* -remarquons que les équations de Hertz ne cessent pas d'être conformes au principe de la conservation de l'électricité si on y supprime les termes correspondant au courant de Roentgen. Pour montrer cela, il me suffit de faire voir que la quantité d'électricité qui traverse la surface S sous forme de courants de Roentgen est nulle. Or cette quantité d'électricité a pour expression (..). Je dis que cette intégrale est nulle. Pour le voir il me suffit de démontrer que, (..). Or, cette dernière relation est une identité bien connue. Ainsi, donc, *le principe de la conservation de l'électricité* est vérifié soit avec les équations proprement dites de Hertz, soit avec ces équations modifiées par la suppression des termes correspondant au *courant de Roentgen*.

p388

3 i 8 *deuxième remarque.* -je dis maintenant que, les équations de Hertz conservent la même forme, soit qu'on adopte des axes fixes, soit qu'on adopte des axes mobiles ; en d'autres termes, les équations de Hertz gardent la même forme dans le mouvement relatif et dans le mouvement absolu. en effet, les deux lois fondamentales d'où sont déduites ces équations peuvent s'énoncer ainsi : une intégrale simple prise le long d'une certaine courbe doit être égale à la dérivée par rapport au temps d'une intégrale double étendue à une surface limitée par cette courbe, *cette courbe et cette surface* étant supposées entraînées dans le mouvement de la *matière*. il est manifeste qu'un pareil énoncé est indépendant du choix des axes et qu'il reste le même, que ces axes soient fixes ou mobiles. Les équations qu'on en déduit doivent donc être aussi les mêmes dans les deux cas. Prenons en particulier la première équation fondamentale de Hertz, (..) et plaçons-nous dans le cas le plus simple : supposons que toute la matière soit entraînée dans un mouvement de translation. Ceci revient à supposer que (..) sont des constantes. Considérons maintenant un système d'axes mobiles entraînés dans ce mouvement. Je dis que nous tomberons sur les mêmes équations que dans le cas d'un corps en repos. En effet, , dont la valeur est (..) devient dans ce cas (..)

p389

et en remplaçant dans l'équation de Hertz ci-dessus (..) par la valeur que nous venons de calculer, il vient, (..) c' est la dérivée par rapport au temps du flux d' induction magnétique en supposant que la surface S est entraînée dans le mouvement de la matière ; il vient donc, (..) relation analogue à celle que nous avons trouvée pour l' électrodynamique des corps en repos / N 29 2 /. Il résulte donc de là que la dérivée (..) joue par rapport au mouvement relatif le même rôle que jouait la dérivée (..) par rapport au mouvement absolu. 3 i 9 *conséquences*. -cette dernière remarque entraîne deux conséquences : l' une heureuse, l' autre fâcheuse. La conséquence heureuse c' est que les équations de Hertz sont conformes au principe de l' égalité de l' action et de la réaction ; la conséquence fâcheuse, c' est que ces équations ne peuvent pas rendre compte de certains phénomènes optiques. Considérons un milieu transparent animé d' un mouvement de translation et traversé par des ondes lumineuses et considérons un observateur situé en un point de ce milieu et entraîné par le mouvement de ce milieu. Pour cet observateur tout va se passer comme si le milieu était en repos ; par conséquent la vitesse relative, par rapport à des axes mobiles invariablement liés au milieu et à l' observateur, sera la même que si le milieu était en repos. Pour avoir la vitesse absolue il faut ajouter la vitesse de translation des axes ; les ondes seront donc entraînées totalement dans le mouvement de la matière

p390

Or, Fizeau, dans une expérience célèbre qu' il fit pour confirmer des vues théoriques de Fresnel, montra que les ondes lumineuses ne sont pas entraînées par l' air en mouvement, mais si l' on remplace l' air par de l' eau il y a entraînement *partiel* des ondes. Les équations de Hertz sont donc impuissantes pour expliquer ces phénomènes optiques. Pour expliquer cet entraînement partiel il faudrait modifier un peu les équations de Hertz. Or, rappelons-nous que les équations de Hertz ne cessent pas d' être conformes au principe de la conservation de l' électricité si on y supprime les termes contenant le courant de Roentgen ; nous l' avons montré un peu plus haut. Seulement en faisant cela, elles ne conservent plus la même forme dans les deux mouvements : relatif et absolu ; on pourrait alors se demander si ces équations ainsi modifiées ne pourraient pas expliquer l' entraînement partiel des ondes lumineuses et qui ne pouvait en aucune façon être expliqué par les équations de Hertz non modifiées. C' est ce que nous allons tenter de voir. 32 o *entraînement partiel des ondes lumineuses*. -supposons donc que nous ayons affaire à un milieu transparent et écrivons les équations fondamentales de Hertz pour ce milieu ; nous avons, (..). Modifions ces équations en affectant les termes en (..) ;

, par des coefficients (..) que nous ne déterminerons pas pour le moment ; il viendra (..). Supposons maintenant que nous ayons affaire à des ondes planes et prenons le plan de l' onde perpendiculaire à l' axe des X ; cela fera que nos fonctions ne dépendront que de X et de T. Supposons de plus que le plan de polarisation soit perpendiculaire à l' axe des Z ; cela veut dire que toutes les quantités qui figuraient dans les formules précédentes sont nulles à présent, excepté (..). Supposons enfin que (..), ce qui n' est pas loin de la vérité, car en général les milieux transparents ne sont pas magnétiques, et écrivons la deuxième équation du groupe et la troisième du groupe dans ces hypothèses. D' abord (..) deviennent. (..). Les relations en question deviennent donc, (..).

Appelons V la vitesse des ondes ; on a alors, (..) en désignant par (..) les dérivées de (..) et de (..). Calculons encore les dérivées de (..) par rapport au temps ; il vient (..). Les équations s' écrivent alors, (..). En éliminant (..) entre ces deux équations on trouve finalement, (..), qu' on peut encore écrire . Or (..) c' est la vitesse de la matière, qui est très petite par rapport à V ; le terme en (..) est donc négligeable par rapport au premier et il reste simplement (..).

Cette relation nous montre que l' entraînement de l' onde n' est pas total, à cause du terme en (..) ; c' est en effet ce qu' on constate par l' expérience ; seulement pour que cette formule soit d' accord avec les expériences de Fizeau il faut que le coefficient (..) / coefficient d' entraînement des ondes / ait pour valeur (..). *conclusion.* -pour que les équations de Hertz puissent rendre compte de certains phénomènes optiques, en particulier des expériences de Fizeau, nous avons été obligés d' affecter le terme en (..) du coefficient (..) et outre que rien ne justifie l' introduction d' un pareil coefficient on pourrait encore se demander si on ne se trouvait pas en contradiction avec les expériences d' induction magnétique / qui dépendent directement du terme en (..) ; mais je n' insiste pas davantage sur cette question, du moins pour le moment ; j' ai voulu seulement indiquer les difficultés qu' on a à vaincre pour expliquer ces phénomènes optiques en partant de la théorie de Hertz ; ce sont ces difficultés que la théorie de Lorentz avait pour but de tourner. 32 i *remarque.* -dans le calcul que nous venons de faire, nous avons affecté le terme en / Kp / et par conséquent le terme en / F / d' un certain coefficient (..). Or ce terme en / F / représente les courants de Rowland et de Roentgen. -en ce qui concerne le courant de Roentgen, nous avons dit précédemment qu' on ne peut pas encore fixer sa valeur

; mais il n'en est plus de même du courant de Rowland ; car on peut se faire une idée de sa valeur. Les coefficients H ou $(..)$ ne devraient donc pas affecter les termes $/ K_p /$ tout entiers, mais seulement la partie de ces termes qui se rapporte au courant de Roentgen, celle qui se rapporte au courant de Rowland conservant le coefficient I . Il n'y a rien à changer de ce fait à l'analyse qui précède et qui se rapporte aux

p394

phénomènes optiques, car, dans les phénomènes optiques les ondes étant transversales, on a $(..)$. $(..)$ étant la densité de l'électricité vraie. Donc $(..)$; il n'y a donc pas d'électricité vraie, et par conséquent, $(..)$ le courant de Rowland n'existe donc pas. Vérification du principe de la conservation de l'énergie. 322-les équations de Hertz pour l'électrodynamique des corps en mouvement sont-elles conformes au principe de la conservation de l'énergie ? Pour le voir, considérons l'expression de l'énergie totale, tant électrique que magnétique, donnée par Hertz, $(..)$. Cette énergie provient de plusieurs causes. Il y a d'abord l'énergie fournie par la pile / moins l'énergie dépensée sous forme de chaleur de Joule, effet Peltier, etc. / représentons par $(..)$ l'accroissement de cette énergie pendant le temps Dt . Ensuite, si nous considérons un élément $(..)$ de la matière, cet élément subit de la part du champ extérieur des actions mécaniques ; soient, $(..)$

p395

les composantes d'une force extérieure au système, qui compense ces actions du champ. L'élément $(..)$ étant soumis à ces deux forces antagonistes n'acquerra pas de vitesse, ce qui permettra de négliger la force vive de la matière. Quel est, maintenant, le travail des forces extérieures qui tendent à accroître J ? En nous rappelant que nous avons désigné par $(..)$ les composantes du déplacement de l'élément $(..)$, ce travail est alors représenté par $(..)$ et le principe de la conservation de l'énergie s'exprime par la relation suivante, $(..)$; d'autre part, nous avons en différentiant $/ I /$ par rapport à T , $(..)$. Or le second membre de cette relation étant une fonction linéaire de $(..)$ et leurs dérivées, nous pouvons écrire, $(..)$; où $(..)$ représente l'ensemble des termes indépendants de $(..)$. L'intégration par parties nous donnera, $(..)$; puisque les intégrations sont étendues à tout l'espace et que toutes nos fonctions s'annulent à l'infini.

p396

La relation devient donc $(..)$ ou encore $(..)$. En identifiant cette expression à la précédente, on trouve $(..)$ ce qui signifie que la force qu'il faut appliquer à l'élément de volume $(..)$ pour équilibrer l'action du champ sur cet élément, a pour composantes $(..)$ et que, par conséquent, l'action du champ est $(..)$. Cela va

nous permettre de calculer l' action du champ sur l' élément (...).
323 *énergie électro-cinétique et énergie élastique d' un
champ magnétique. -mais avant de passer au calcul de cette
action, indiquons une transformation utile pour les calculs qui
vont suivre.*

p397

*L' énergie magnétique a pour expression, d' après Hertz, (...);
d' autre part nous avons (...). / A, B, C / étant le vecteur que
nous avons appelé aimantation totale et (...) étant le vecteur
que nous avons appelé aimantation permanente ; nous tirons de
là, (...), (...) étant les composantes de l' aimantation induite .
On en déduit aisément, (...). En substituant ces valeurs de (...),
dans la relation / I /, cette relation devient, (...); où la
seconde intégrale du second membre est, au facteur (...) près, le
carré de l' aimantation induite. Quelle est la signification
physique de cette relation ? Nous savons que, d' après Ampère,
dans un aimant tout se passe comme s' il était parcouru par d'
innombrables courants*

p398

*particulaires. Dans les aimants permanents ces courants sont tous
orientés de la même manière ; mais il n' en est plus de même dans
les aimants induits. Pour expliquer, en effet, le fait que ces
corps, susceptibles de s' aimanter par induction, s' aimantent
dans un champ magnétique et qu' ils perdent leur aimantation dès
que l' action du champ est supprimée on est obligé de faire une
hypothèse supplémentaire : il faut supposer que ces courants d'
Ampère ont une direction variable. Tant que le corps à aimanter
ne se trouve pas encore dans le champ magnétique ces courants
particulaires sont orientés indifféremment dans tous les sens ;
le moment magnétique est par conséquent nul : l' aimantation
résultante est nulle ; mais dès que le corps en question se
trouve placé dans un champ magnétique, les courants particuliers
vont tendre à se rapprocher d' une orientation commune ; le
moment magnétique ne sera plus nul et l' aimantation induite
apparaîtra. Le champ magnétique vient-il à être supprimé ? Les
courants vont reprendre leur orientation primitive et le moment
magnétique redeviendra nul. Tout se passe comme si le milieu
magnétique était déformé par l' action du champ / comme le serait
par exemple un ressort bandé / et reprendrait sa position d'
équilibre, en vertu de la force élastique mise en jeu par cette
déformation, dès que le champ aurait cessé d' agir. Il en résulte
que l' énergie totale magnétique se composera de deux parties :
1 l' énergie électro-cinétique des courants particuliers,
et 2 l' énergie due à la force élastique , dont je viens
de parler. Le premier terme de l' expression / 2 / est l'
énergie électro-cinétique et le second terme, (...) représente
cette énergie élastique particulière. Maxwell, dans son
raisonnement sur les aimants, a calculé seulement le travail des*

forces magnétiques proprement dites ; il néglige le travail de la force élastique que nous venons d'invoquer ; aussi son expression de l'énergie magnétique est en désaccord avec le principe de la conservation de l'énergie et

p399

même avec les résultats qu'il a obtenus lui-même dans une autre partie de son traité classique. Voyons maintenant la valeur de cette énergie élastique. Supposons que les courants particuliers soient écartés de leur position d'équilibre primitif par l'action d'un champ magnétique ; l'énergie potentielle qui en résulte est proportionnelle à cet écart, si cet écart est petit ; par conséquent le moment magnétique résultant sera proportionnel à l'écart (..) et par suite le carré de l'aimantation induite sera proportionnel au carré de l'écart. Il en résulte que le travail des forces élastiques est proportionnel au carré de cette même quantité : c'est bien ce que la seconde intégrale de la relation / 2 / indique. 324 *calcul des actions mécaniques exercées par le champ électromagnétique sur la matière. -nous avons vu précédemment que l'énergie totale se compose de l'énergie magnétique et de l'énergie électrique. Désignons la première par (..) et la seconde par (..). Nous avons donc, (..). Comme nous l'avons déjà dit nous mettrons le principe de la conservation de l'énergie sous la forme, (..). La première intégrale exprime l'énergie fournie par la pile*

p400

moins l'énergie dépensée sous forme de chaleur de Joule, effet Peltier, etc. Il suffit pour s'en convaincre de remarquer que ce terme est indépendant de la vitesse de la matière. Il a donc même expression que dans le cas des milieux en repos, que nous avons examiné plus haut. La seconde intégrale représente le travail des forces extérieures que nous avons invoquées pour équilibrer les actions mécaniques produites par le champ. L'action du champ aura donc pour composantes suivant les trois axes, (..). Pour calculer ces composantes je supposerai que les différents corps matériels conservent le même (..) et le même K en se déplaçant dans l'espace. Ceci revient à écrire que, (..) est donc fonction linéaire de (..). -prenons maintenant (..) et développons cette expression, il vient, (..) ; on voit que cette expression est également une fonction linéaire de (..) et leurs dérivées et il en sera de même de (..), etc.

p401

En effet, les équations fondamentales de Hertz s'écrivent, (..) ; (..) sera donc encore une fonction linéaire de (..) et leurs dérivées. Ceci étant établi, évaluons (..). Nous avons en différentiant par rapport à T l'expression de (..), (..), et nous voyons, d'après ce que nous venons d'établir, que la fonction qui figure sous le signe (..) est linéaire par rapport à (..) et

leurs dérivées. Je puis donc écrire $(..)$, où $(..)$ est l'ensemble des termes ne dépendant pas de $(..)$ et de leurs dérivées et $(..)$ celui des termes dépendant de $(..)$ et de leurs dérivées ; $(..)$ sera donc un polynôme homogène et du premier degré par rapport à $(..)$ et à leurs dérivées. On trouvera par un calcul analogue $(..)$.

p402

L'intégration par parties nous permettra de mettre $(..)$ sous la forme suivante, $(..)$, de sorte que $(..)$ devient finalement, $(..)$. En identifiant cette relation avec la relation / I / on trouve, $(..)$. La première relation $(..)$ nous apprend que $(..)$ correspond à l'énergie créée par la pile moins celle qui disparaît sous forme de chaleur de Joule. Les autres relations nous montrent que les projections de l'action du champ sur les trois axes sont $(..)$.

p403

Ces composantes comprennent, comme on le voit, deux parties, $(..)$, représentent les composantes de l'action du champ magnétique sur la matière ; les autres composantes sont celles qui proviennent de l'action du champ électrique sur la matière. 32 5-calculons chacune de ces actions en particulier. I-actions mécaniques du champ magnétique. Je commencerai par faire une hypothèse : je supposerai qu'il pourra y avoir des corps susceptibles d'aimantation, c'est-à-dire des corps tels que pour eux $(..)$, et des diélectriques pour lesquels $(..)$; mais je ferai une restriction : je supposerai que si le système considéré peut contenir des corps pour lesquels $(..)$, ces corps seront solides. On n'aura donc ni corps magnétiques fluides, ni diélectriques fluides autres que l'air. -en dehors de ces corps solides je supposerai toujours $(..)$. Nous avons $(..)$; la première intégrale du second membre sera étendue à l'espace tout entier ; la seconde ne s'étendra qu'aux aimants solides. Nous avons trouvé précédemment $(..)$;

p404

posons maintenant, $(..)$. Formons maintenant $(..)$. Différentions pour cela la relation / 3 / sous le signe $(..)$. Seulement, pour avoir le droit de différentier sous le signe $(..)$ il faut que le champ d'intégration soit le même au temps T et au temps $(..)$. Pour la première intégrale on n'a pas de difficulté, car elle s'étend à l'espace tout entier ; mais ce n'est pas ce qui arrive pour la seconde intégrale qui ne s'étend qu'aux solides aimantés. étendons cette intégrale à un seul solide aimanté ; ce solide se déplaçant, le champ d'intégration sera variable au temps T et au temps $(..)$. Mais tournons la difficulté en considérant un observateur lié à ce solide : pour cet observateur le champ d'intégration sera le même à l'époque T et à l'époque $(..)$; seulement il nous faudra alors prendre la dérivée par rapport au temps avec des $(..)$ ronds. On aura donc, $(..)$ car comme nous l'avons supposé plus haut.

Mais comment obtenir cette dérivée (..) ? Pour calculer cette dérivée utilisons le théorème que nous avons démontré un peu plus haut ; nous avons démontré que si N est la valeur absolue d' un vecteur (..), on a alors, (..) ; ou bien, en remplaçant N par sa valeur, (..) ; et souvenons-nous que la démonstration de ce théorème supposait que le point considéré appartenait à un corps solide : c' est précisément notre cas. Appliquons ce théorème au vecteur (..) ; il vient, (..). En divisant les deux membres de cette relation par (..) et en tenant compte des relations / 2 /, on aura (..) ; c' est précisément la valeur de la dérivée que nous voulions évaluer. La relation / 4 / devient donc, (..). Remplaçons à cet effet dans les équations de Hertz (..) par sa valeur / 2 bis /. Cela nous donne, (..)

d' où (..). La relation / 5 / peut donc s' écrire, (..). Remarquons maintenant que la quantité sous le signe (..) contient deux parties différentes : la première partie (..) est indépendante de (..) et de leurs dérivées et l' autre partie en qui dépend, au contraire, de ces quantités et leurs dérivées : elle est fonction linéaire de ces quantités. La relation / 6 / peut donc se mettre sous la forme, (..). Maintenant, une fois que nous avons (..), nous allons en tirer (..). Voici comment. Par intégration par parties, (..) peut se mettre sous la forme (..) ;

;

la relation / Io / peut donc s' écrire, (..) ; en comparant cette dernière relation à la suivante / obtenue en multipliant les deux membres de / 8 / par (..) . Voyons maintenant la signification de cette équation. D' abord, nous avons vu précédemment que, (..), M étant la densité du magnétisme libre, c' est-à-dire la densité du magnétisme total en tenant compte du magnétisme permanent et du magnétisme induit. D' autre part nous savons que (..). En tenant compte de ces dernières relations et de la relation / I 2 /, la relation / Ii / devient, (..).

L' action mécanique du champ magnétique sur l' élément (..) a donc pour projection suivant l' axe des (..), et on aura par un calcul tout à fait analogue / en faisant successivement dans (..). Dans ces relations (..) représentent l' action du champ sur la masse magnétique (..) et les deux derniers termes de chaque parenthèse représentent évidemment l' action du champ magnétique sur le courant total / U, V, W / ; cette action se calcule par la

formule d' Ampère. Maxwell donne pour la première composante de cette force (..) ; mais cette expression n' est pas conforme au principe de la conservation de l' énergie. remarque. -tout ce que nous venons de dire s' applique seulement aux cas où les corps aimantés sont des solides qui se déplacent sans se déformer , en conservant leur pouvoir inducteur (..) et en entraînant avec eux leur aimantation permanente. S' il y avait des corps magnétiques fluides ou déformables, on ne pourrait faire le calcul sans faire des hypothèses au sujet de l' influence de la déformation sur le coefficient (..) et sur la distribution du magnétisme permanent. D' autre part le principe de la conservation de l' énergie ne pourrait plus être appliqué sous la même forme ; car ces déformations et les variations qui en résulteraient pour (..) et pour l' aimantation permanente pourraient entraîner des dégagements de chaleur. Le résultat que nous venons d' obtenir nous montre une fois de plus que l' expression qu' il convient d' adopter pour l' énergie

p410

magnétique est celle de Hertz et non aucune de celles de Maxwell. II-actions mécaniques du champ électrique. 326- calculons maintenant les expressions des forces mécaniques qui s' exercent entre les corps en mouvement dans un champ électrique. Prenons comme point de départ le deuxième groupe d' équations fondamentales de Hertz pour l' électrodynamique des corps en mouvement, (..) ; l' induction électrique de Hertz devient alors, ; et par suite le système d' équations / I / devient, (..).

p411

L' énergie électrique est, d' après Hertz, (..), la première intégrale est étendue à l' espace tout entier ; la seconde ne s' étend qu' aux diélectriques solides dont le pouvoir inducteur spécifique (..). Le reste du calcul est calqué sur le calcul précédent / champ magnétique /. On obtient ainsi (..) ; or, en appliquant le théorème cité plus haut, en divisant par (..) et en tenant compte des relations / 2 / , (..).

p412

On déduit de là, en remarquant que (..) est fonction linéaire de et leurs dérivées, (..), ces deux quantités étant reliées par la relation (..) ; or l' intégration par parties nous donne pour (..), après multiplication par (..). Prenons la relation / 5 / et développons / P / , il vient (..). Pour avoir (..) faisons (..) dans ces relations ; il vient ainsi, (..) ;

p413

et par conséquent la relation / 5 / devient (..). Faisons maintenant (..), dans la relation / 6 / et comparons la relation qui en résulte avec la relation / 5 ter / ; on trouve ainsi,

,

E étant la densité de l' électricité libre , c' est-à-dire non seulement l' électricité qui se trouve à la surface / électricité vraie /, mais aussi l' électricité apparente qui paraît se porter à la surface des diélectriques placés dans un champ électrique. Il vient donc, (...). Les deux premiers termes du second membre de cette relation représentent la force de Hertz . Le dernier terme qui dans l' expression de (...) prendra la forme- P_e et qui, par conséquent, donnera (...) pour l' action du champ sur la masse (...) d' électricité, représente la force électrostatique ordinaire s' exerçant non seulement sur l' électricité vraie, mais sur ce qu' on a appelé électricité libre. 327-la force de Hertz est trop petite pour que l' expérience puisse la mettre en évidence : elle est restée jusqu' ici insensible aux expériences. Cherchons néanmoins de nous rendre compte de la signification de cette force ; pour bien la faire comprendre je suis forcé de faire une digression sur le parallélisme et la réciprocité des phénomènes électriques et magnétiques et sur la notion nouvelle du courant de déplacement magnétique. Considérons un diélectrique et admettons pour le moment les idées de Mossotti sur les diélectriques / sphères conductrices extrêmement petites disséminées dans une substance non conductrice jouissant des mêmes propriétés que l' air, qui s' électrisent par influence et qui produisent par suite la polarisation du diélectrique /. Supposons que ce diélectrique ait la forme d' une lame à faces planes et qu' il soit placé dans un champ magnétique constant. On aura une distribution d' électricité positive sur une des faces de la lame et de l' électricité négative sur l' autre face. La densité électrique de ces couches est, d' après les calculs de Mossotti, (...). Lorsque le champ est variable on a alors des courants analogues

aux courants de déplacement de Maxwell ; ces courants ont pour valeur, (...). Supposons maintenant que nous ayons deux diélectriques de pouvoirs inducteurs spécifiques K et (...), appliqués l' un contre l' autre ; on aura sur la face des premiers une couche électrique de densité (...). Généralisons maintenant ces idées de Mossotti en les combinant avec celles de Maxwell. On aura alors des petites sphères conductrices séparées par un milieu hypothétique de pouvoir inducteur spécifique (...). Il faut donc remplacer dans les formules de Mossotti (...). Il vient alors pour la densité superficielle. (...). Si on a deux diélectriques appliqués l' un contre l' autre dont l' un est constitué par l' air, on a alors (...).

On obtient donc le même résultat dans les deux théories au point de vue électrostatique. Mais il n' en est plus de même au point

de vue électrodynamique : les actions électrodynamiques sont en effet différentes dans les deux ordres d'idées. Passons maintenant aux corps magnétiques. On aura la même chose ; nous savons en effet que la théorie de Mossotti sur les diélectriques n'est que la traduction de la théorie de Poisson sur les milieux magnétiques ; on passe de l'une à l'autre en changeant le mot flux électrique en flux magnétique et réciproquement. Considérons donc une lame d'un corps magnétique placé dans un champ magnétique ; la lame magnétique va s'aimanter et nous aurons deux couches de magnétisme de densité (...). Si le champ n'est pas constant, tout va se passer comme si les charges magnétiques variaient, comme si le magnétisme passait d'une face à l'autre. On aura donc un véritable courant magnétique de densité (...). Mais pour que le parallélisme soit complet, il faut modifier la définition de ce courant de déplacement magnétique en introduisant une théorie nouvelle qui sera pour ainsi dire à celle de Poisson ce que celle de Maxwell est à celle de Mossotti. Supposons maintenant que le vide soit comme les autres corps : magnétisable. Les sphères magnétiques seront alors séparées par un milieu de perméabilité magnétique (...) et à la surface de ces sphères on aura (...).

p417

Et le courant magnétique sera (...). Si nous considérons enfin la surface de séparation des deux milieux : corps magnétique-vide, nous aurons alors une double couche (...) et la couche résultante sera (...). Les deux théories sont donc concordantes au point de vue des phénomènes statiques. Dans cette manière de voir, les corps diamagnétiques sont moins magnétiques que le milieu qui les entoure, par conséquent moins magnétiques que le vide. Cela s'accorde avec l'hypothèse que nous venons de faire et d'après laquelle le vide serait magnétique. Nous devons avoir pour un corps quelconque (...) ; avons (...) ; il peut donc y avoir des corps pour lesquels (...) : ce sont les corps diamagnétiques. Reprenons l'expression / 7 / du courant de déplacement magnétique et passons à la limite / comme fait Maxwell pour les courants de déplacement électrique / en posant (...) ; le courant magnétique sera alors (...).

p418

Il résulte, en comparant ces relations avec les relations, (...), que nous avons / à des facteurs constants près / entre les courants magnétiques et le champ électrique la même relation qu'entre les courants électriques et le champ magnétique. Par conséquent, un courant électrique produirait un champ magnétique et de même un courant magnétique produirait un champ électrique. Il y a donc réciprocité parfaite. Cette réciprocité mise en évidence par Hertz peut s'énoncer sous une forme indiquée par M Blondlot. Soit une masse électrique qui se déplace : les expériences de Rowland prouvent qu'un tel déplacement produit

les effets électrodynamiques d' un courant ; on crée donc un champ magnétique. Considérons d' autre part un pôle magnétique mobile ; s' il se déplace au voisinage de conducteurs il donne naissance à des effets d' induction. Dans la pensée de Maxwell le déplacement de ce pôle dans un diélectrique produit aussi dans le diélectrique des forces électromotrices d' induction : la seule différence est que dans le diélectrique ces forces électromotrices donnent lieu à un déplacement électrique au lieu de produire un courant de conduction ; le mouvement du pôle magnétique crée donc un champ électrique. On peut énoncer la réciprocité entre les phénomènes électriques et magnétiques, en disant que si deux pôles, l' un électrique,

p419

l' autre magnétique, subissent le même déplacement, ils donnent naissance au même champ. Ainsi donc, prenons un circuit C, le primaire , et un autre circuit (..), le secondaire ; l' expérience nous apprend que si l' intensité du courant qui passe dans le primaire varie, il naît alors un courant d' induction dans le secondaire. D' après la manière de voir de Hertz, cette action serait indirecte ; le courant qui passe dans le primaire produit un champ magnétique ; si l' intensité de ce courant est variable, le champ magnétique sera lui-même variable ; ses variations donneront naissance à un déplacement magnétique : à un courant magnétique ; ce courant magnétique produira à son tour un champ électrique qui se manifestera dans le secondaire par un courant électrique. On aura donc par suite de la variation de l' intensité du courant primaire un courant dans le secondaire . Ainsi donc, des courants magnétiques produisent un champ électrique, de même que les courants électriques produisent un champ magnétique. D' autre part, une force magnétique exerce une action mécanique sur la matière qui est traversée par un courant électrique. Par réciprocité une force électrique doit exercer une action mécanique sur la matière qui est traversée par un courant magnétique. c' est cette action mécanique qui constitue la force de Hertz. 328-reprenons maintenant le calcul de (..). Nous avons, (..). Par conséquent le champ électrique exerce sur l' élément de volume (..) une action mécanique dont la projection sur l' axe des X est (..).

p420

Voyons la signification de cette relation. Qu' est-ce que (..) ? Nous avons déjà dit que c' est l' action exercée par le champ électrique sur la masse électrique (..) ; cette action électrique est exercée par la force électrique totale P qui a pour expression d' après Maxwell, (..) et qui comprend aussi bien la force d' origine électrostatique que la force électrique due à l' induction magnétique. Qu' est-ce que $\int Qw \cdot Rv$ / ? -c' est l' action du champ électrique sur le courant magnétique. Cette action est nécessaire pour que le principe de l' égalité de

l' action et de la réaction soit vérifié. Si, en effet, un courant électrique variable produit des courants magnétiques, et par ces courants une force électrique d' induction, laquelle agit sur une charge électrique E, il faut qu' il y ait réaction de cette charge E soit sur la matière traversée par ces courants magnétiques, soit sur le circuit parcouru par le courant électrique variable. D' après Hertz ce serait la première hypothèse qui serait réalisée. -l' expérience n' a pas encore vérifié ces prévisions. Vérification du principe de l' égalité de l' action et de la réaction. 329-démontrons encore, pour finir avec la théorie de Hertz, que cette théorie est conforme au principe de l' égalité de l' action et de la réaction. Nous avons déjà montré que les équations de Hertz gardent la même forme dans le mouvement relatif et dans le mouvement absolu. Il est aisé de voir d' autre part que l' expression de l' énergie totale garde, elle aussi, la même forme dans ces deux mouvements. Nous savons que, (...). Or, (...) ne dépend pas de (...), ni de leurs dérivées par conséquent cette intégrale sera la même dans les deux mouvements.

p421

Quant au second terme (...), (...) ne changent pas non plus dans les deux mouvements car toutes ces quantités ne contiennent pas (...) ni leurs dérivées. En appelant (...) les composantes de la vitesse relative, (...) celles de la vitesse d' entraînement, alors (...) représenteront les composantes de la vitesse dans le mouvement absolu. Nous aurons donc dans le mouvement absolu, (...). En retranchant ces deux relations membre à membre, il vient, (...). Cette relation est vraie quels que soient (...). Supposons que le mouvement en question soit un mouvement de translation ; alors . La composante de translation totale est donc nulle : le principe de l' égalité de l' action et de la réaction est donc vérifié par les équations de Hertz.

p422

théorie de Lorentz. Conducteurs. 33 o-la théorie de Hertz est , comme nous l' avons vu, parfaitement cohérente ; mais si elle rend compte des phénomènes électriques elle ne rend pas compte de certains phénomènes optiques et en particulier des phénomènes optiques en mouvement / entraînement partiel des ondes lumineuses , aberration astronomique, etc. /. En revanche, elle est parfaitement en accord avec le principe de la conservation de l' énergie, avec le principe de la conservation de l' électricité et du magnétisme, et avec le principe de l' égalité de l' action et de la réaction. Nous allons, maintenant, exposer une nouvelle théorie électrodynamique qui explique assez bien les phénomènes optiques qui ne pouvaient pas être expliqués par la théorie de Hertz, mais qui, malheureusement, n' est pas conforme au principe de l' égalité de l' action et de la réaction : c' est la théorie de Lorentz . Avant d' entrer dans l' étude détaillée

de cette théorie nous allons commencer par énumérer les hypothèses fondamentales de Lorentz. 33 i *hypothèses fondamentales*. -d' après Lorentz : 1 *il n' y a pas de magnétisme* : les apparences de magnétisme sont dues aux courants particuliers d' Ampère. 2 *il n' y a pas de courants de conduction* : l' électricité adhère à la matière. Les phénomènes électriques sont dus à certains petits corps matériels, extrêmement tenus et chargés d' électricité, que Lorentz appelle *ions ou électrons* . *Ces molécules matérielles sont des corps solides qui se déplacent sans se déformer ; les charges électriques sont portées par ces molécules dont elles*

p423

sont inséparables. La charge de chacune de ces molécules est constante et la distribution en est invariable. conducteurs. - à l' intérieur d' un corps conducteur / liquide ou solide / , ces molécules peuvent se mouvoir librement, et ces mouvements produisent les courants appelés voltaïques . Seulement dans ce mouvement elles ont à surmonter une espèce de frottement / ou de résistance / de la part du conducteur : un corps est d' autant meilleur conducteur qu' il oppose moins de résistance au mouvement de ces particules. En d' autres termes, les courants qui traversent un conducteur métallique se propageront par le même mécanisme que ceux qui traversent un électrolyte ; les molécules ou particules à charge invariable se comporteront donc de la même manière que les ions des électrolytes : cela justifie leur dénomination. Ces particules sont chargées les unes positivement, les autres négativement. Si un corps est chargé positivement, c' est qu' il contient plus de molécules chargées positivement que de molécules chargées négativement. diélectriques. -la masse des diélectriques est parsemée d' ions comme celle des conducteurs, seulement, chacun de ces ions, au lieu de pouvoir se déplacer librement à l' intérieur du diélectrique, ne peut s' écarter que très peu de sa position d' équilibre : dès qu' il s' en éloigne, une force antagoniste due à l' action des ions voisins tend à l' y ramener ; cette force est proportionnelle à l' écart, si cet écart est petit. Quand le diélectrique est placé dans un champ électrique, la force électrique extérieure tend à éloigner l' ion de sa position d' équilibre et il s' en écarte légèrement jusqu' à ce que cette force extérieure soit contre-balancée par l' attraction des ions voisins qui tend à ramener l' ion à sa position d' équilibre primitive. En d' autres termes le diélectrique se polarise. Une analyse qui ne diffère pas essentiellement de celle à laquelle conduit l' hypothèse de Poisson et de Mossotti montre que la polarisation du diélectrique est proportionnelle à l' intensité du champ extérieur ; on retombe donc sur les formules bien connues de la théorie des diélectriques.

p424

Voyons maintenant comment M Lorentz a réduit ces hypothèses en équations. Commençons par les conducteurs. I-conducteurs. 332-on peut étudier ce qui se passe dans les conducteurs en nous plaçant à deux points de vue différents. D'abord, considérons un observateur ayant les sens très subtils, et voyons comment se présenteront à lui les phénomènes qu'on observe dans les conducteurs. -grâce à ses sens très développés, très subtils, il sera en état d'apercevoir les courants particuliers d'Ampère ; il distinguera même les ions et les verra se mouvoir : pour lui, le magnétisme et les courants de conduction n'existeront pas. -si, au contraire, nous considérons un observateur ayant les sens grossiers-comme les nôtres, -le mouvement des ions ne lui sera pas accessible ; il ne verra que des phénomènes moyens, des effets d'ensemble, et c'est ainsi qu'il sera conduit à admettre l'existence des courants de conduction et du magnétisme. Nous allons étudier les conducteurs en nous plaçant successivement à ces deux points de vue différents.

p475

Diélectriques. 366-Lorentz considère la masse des diélectriques parsemée de particules chargées-d'ions-comme celle des conducteurs. Mais tandis que dans ces derniers, chacune de ces particules pouvait se déplacer librement en allant à toutes distances, dans les diélectriques, au contraire, elles ne peuvent s'écarter que très peu de leur position d'équilibre, car dès qu'elles s'en éloignent, une force antagoniste due à l'action des particules voisines tend à les y ramener. Cette force est proportionnelle à l'écart si cet écart est petit. Dans la théorie de Lorentz, comme du reste dans toutes les théories des diélectriques, l'état d'un diélectrique peut être comparé à l'état d'un aimant. Quand le diélectrique est placé dans un champ électrique, les particules s'écarteront alors de leur position d'équilibre formant des petits couples de deux particules chargées d'électricité contraires : le diélectrique est polarisé. Chaque couple de deux particules chargées d'électricités contraires, ou plutôt chaque élément diélectrique pour abréger le langage, est assimilable à un petit aimant, et de même qu'un aimant est un assemblage d'éléments magnétiques, un diélectrique sera un assemblage d'éléments diélectriques. L'état d'un diélectrique polarisé est donc assimilable à celui d'un aimant. Les principes de la théorie des aimants seront donc applicables aux diélectriques. Rappelons en quelques mots ces principes.

p516

Phénomènes optiques dans un corps en mouvement. 402-le plus important de ces phénomènes c'est l'*aberration astronomique*. Ce phénomène met en évidence le mouvement relatif de l'éther et du milieu pondérable qu'il pénètre. Rappelons en quelques mots en quoi il consiste. Dirigeons une lunette vers un astre

quelconque : on aura l' image de cet astre dans le plan focal de cette lunette ; seulement, comme la vitesse de la lumière n' est pas infinie et comme la terre se meut par rapport à cet astre, cette image et l' astre lui-même ne seront plus dans la direction de l' axe optique de l' instrument : l' angle de la position réelle de l' astre et de son image dans la lunette / angle qui peut aller jusqu' à (..) / est précisément ce qu' on appelle l' aberration astronomique. On voit que ce phénomène ne pourrait exister s' il n' y avait pas de vitesse relative de la terre par rapport aux ondes lumineuses. Fresnel a montré que le mouvement de la terre n' a pas d' influence sur la réflexion et la réfraction. Il imagina l' hypothèse suivante : il suppose que dans les milieux réfringents autres que l' air et le vide, il y a entraînement partiel des ondes. Pour voir la valeur du coefficient de cet entraînement, appelons (..) la densité de l' éther et soit D la densité d' un milieu réfringent quelconque ; la fraction d' éther entraînée est d' après Fresnel (..).

p517

étant les vitesses de propagation des ondes dans les deux milieux de densité (..) ; or, (..), N étant l' indice de réfraction du milieu considéré ; donc (..), c est la valeur du coefficient d' entraînement d' après Fresnel. Ces vues théoriques de Fresnel ont été confirmées par les expériences de Fizeau. Il mettait en évidence cet entraînement partiel des ondes au moyen du déplacement des franges d' interférence qui avaient traversé de l' eau en mouvement / vitesse de 7 mètres par seconde. / de plus le déplacement des franges avait lieu tantôt à droite, tantôt à gauche, suivant le sens du mouvement de l' eau. La valeur de ce déplacement coïncidait sensiblement avec le résultat théorique de Fresnel. Ces mêmes expériences répétées avec de l' air ont donné un résultat négatif, conforme encore aux vues théoriques de Fresnel. Ces expériences de Fizeau ont été reprises dans des conditions plus favorables par Mm Michelson et Morley. Le déplacement de la frange centrale dans leurs expériences atteignait presque une frange entière / O, 899 frange exactement /. Les mêmes expériences répétées avec de l' air / vitesse de 25 mètres par seconde / ont donné un résultat négatif. 4 o 3-depuis de nombreuses expériences ont été faites pour mettre en évidence le mouvement de la terre au moyen des phénomènes optiques. Dans ces expériences la source lumineuse et tous les appareils optiques étant sur la terre avaient même vitesse et n' étaient pas en mouvement relatif les uns par rapport aux autres. Toutes ces expériences ont donné des résultats négatifs. Il y a cependant une exception : M Fizeau a cru observer une influence du mouvement de la terre sur la rotation du plan de polarisation dans la réflexion vitreuse de la lumière polarisée.

p518

Mais ces expériences sont excessivement délicates et M Fizeau m'a fait connaître lui-même les doutes qu'il conservait à l'égard du résultat que nous venons de citer. On reconnaît facilement que pour qu'il n'y ait pas d'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes optiques, il faut, d'après Fresnel, que le coefficient d'entraînement ait pour valeur (...). Mais qu'est-ce que N ? Est-ce l'indice de réfraction correspondant à chaque couleur ou bien l'indice moyen ? - pour Fresnel, N est l'indice de réfraction moyen : pour lui la vitesse d'entraînement de l'éther est indépendante de la longueur d'onde de la lumière. Or en réalité N n'est pas une constante ; il dépend de la couleur du rayon lumineux et n'est pas le même pour un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire dans un milieu biréfringent. L'hypothèse de Fresnel demande donc à être modifiée. 4 o 4-la théorie de Lorentz, comme nous allons le voir, explique assez bien ces faits. Il faut cependant faire une hypothèse : si on veut que les phénomènes optiques ne soient pas influencés par le mouvement de la terre il faut qu'on néglige dans les formules les termes de l'ordre du carré de l'aberration / c'est-à-dire de l'ordre de (...) / . Si l'on tient compte, au contraire, de ces termes, le mouvement de la terre exerce alors son influence sur les phénomènes optiques. Dans presque toutes les expériences, ces termes sont en effet négligeables ; il y a exception toutefois pour une expérience de Michelson, qui montre que le mouvement de la terre n'a pas d'influence sur les phénomènes optiques qu'on observe à sa surface et où il se trouve que les termes de l'ordre du carré de l'aberration ne sont plus négligeables. Voyons maintenant comment la théorie de Lorentz explique ces phénomènes

Polarisation rotatoire magnétique et phénomène de Zeeman. 42 i
 -rappelons en quelques mots en quoi consistent ces phénomènes. Faraday a montré que certains corps, lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique intense et qu'ils sont traversés par un rayon de lumière polarisée, ont la propriété de faire tourner le plan de polarisation de ce rayon de lumière quand le champ magnétique est parallèle au rayon polarisé considéré. Si le champ est perpendiculaire au rayon polarisé on n'observe rien de particulier ; enfin si le champ est oblique on a une action qui est provoquée par la composante du champ parallèle au rayon, l'autre composante n'ayant pas d'influence : on obtient donc le même résultat que si la composante du champ parallèle au rayon existait toute seule. L'explication cinématique de ce phénomène est la suivante : il faut et il suffit que la vitesse de propagation du rayon circulaire droit soit différente de la vitesse de propagation du rayon circulaire gauche. M Lorentz en appliquant sa théorie à cet ordre de phénomènes a prévu des résultats nouveaux qui ont été vérifiés expérimentalement par M Zeeman. Résumons ces résultats : I lorsque le champ magnétique

est parallèle au rayon, chaque raie se dédouble en deux autres raies polarisées. La polarisation sera totale et circulaire droite pour une des raies et totale et circulaire gauche pour l'autre raie. 2 si le champ magnétique est perpendiculaire au rayon, on obtient un triplet ; les trois raies sont polarisées mais cette fois-ci rectilignement ; le plan de polarisation de la raie médiane est perpendiculaire

p545

au champ ; le plan de polarisation des deux autres raies symétriques de la raie médiane est parallèle au champ. Voilà les découvertes expérimentales de Zeeman. Mais avant d'aller plus loin faisons remarquer que le phénomène de Faraday et les phénomènes de Zeeman sont entièrement différents l'un de l'autre quant à l'action du champ magnétique sur les ondes lumineuses. Dans le premier phénomène l'action du champ magnétique s'exerce, en effet, sur la vitesse de propagation des ondes lumineuses ayant déjà acquis leur régime permanent ; dans le phénomène de Zeeman l'action du champ magnétique sur la source de lumière, où les ondes sont pour ainsi dire à l'état naissant, s'exerce sur la période vibratoire de l'onde. 422- la découverte du triplet Zeeman parut un instant une confirmation éclatante de la théorie de Lorentz. Mais bientôt après M Cornu découvrait que la plupart des raies ne se décomposent pas seulement en trois dans le champ magnétique mais bien en quatre composantes symétriques deux à deux par rapport à la raie primitive A ; les deux raies Bb, les moins écartées de la raie primitive A, sont polarisées rectilignement, seulement leur plan de polarisation est parallèle au champ. Pour d'autres corps on n'observe, à proprement parler, qu'un triplet, seulement la raie médiane apparaît très élargie, et on peut conclure qu'elle est, elle aussi, dédoublée, mais ces deux composantes ne sont pas suffisamment séparées. Enfin il y a certaines raies du fer pour lesquelles on a bien un triplet, mais comme Mm Becquerel et Deslandres l'ont montré, la polarisation des raies est renversée : c'est la raie médiane dont le plan de polarisation est parallèle au champ et les deux raies extrêmes qui sont polarisées perpendiculairement au champ.

p546

D'après M Michelson ces phénomènes paraissent encore plus compliqués. (...). En somme on voit que ces phénomènes sont plus compliqués que Lorentz ne le supposait ; aussi sa théorie, sous sa forme primitive, paraissait incapable de rendre compte de tous ces faits. Il la modifia en y introduisant l'hypothèse des ions complexes que nous examinerons un peu plus loin. La théorie perdait ainsi sa simplicité séduisante ; il y a lieu cependant d'examiner dans quelle mesure elle est devenue conforme aux faits observés. C'est cet examen que je me propose de faire.

p554

429-rappelons le raisonnement approché que l' on faisait pour expliquer le triplet de Zeeman ; on faisait dans les formules / $2 \sigma / (..)$. C' est qu' en effet on se croyait en droit d' envisager " les vibrations propres " d' un ion ou d' un système d' ions en laissant de côté l' action de l' éther ; par conséquent, pour avoir les raies d' absorption, on faisait dans l' équation de la courbe de dispersion (..) ; il en résultait (..),

p555

et en faisant de plus (..), on retrouvait le triplet de Zeeman. Mais a-t-on droit de faire (..) ? -non, car l' équation (..) est une véritable équation de liaison entre les mouvements de l' éther et ceux des ions : H ne peut s' annuler qu' en même temps que Z. 43 o-il s' agissait donc de modifier la théorie de Lorentz, en imaginant des hypothèses supplémentaires. C' est ce que Lorentz a fait lui-même en imaginant la théorie des ions complexes, qui n' est qu' une généralisation de sa première théorie. Je dois ajouter que dans un travail récent, M Lorentz a cherché à rendre compte du triplet et à échapper aux objections précédentes. Pour cela, il a fait des hypothèses particulières sur la grandeur des coefficients. Le raisonnement précédent subsiste et pour un champ infiniment petit, le dédoublement de la raie est encore infiniment petit d' ordre supérieur ; mais le triplet peut se produire pour un champ fini et on peut faire des hypothèses parfaitement admissibles et pour lesquelles un champ de 2 0000 à 3 0000 unités donnerait un triplet sensible. On n' a pas le droit de faire (..), puisqu' on a (..) ; mais l' action de l' éther sur la matière, grâce aux hypothèses faites, est assez faible pour être négligée en première approximation, de sorte que tout se passe comme si l' on avait (..). La théorie de Lorentz rendrait ainsi compte du triplet ; mais l' expérience nous ayant appris qu' il n' y a pas de triplet, mais un quadruplet, il n' en faut pas moins avoir recours aux ions complexes. Il n' y a donc pas lieu d' insister davantage sur ces hypothèses. Nous allons maintenant examiner cette théorie des ions complexes pour voir dans quelle mesure elle est conforme aux faits observés.

p563

436- isotropie dans le plan de l' onde. -pour rendre compte de tous les phénomènes observés, il faut voir s' il n' est pas possible de satisfaire aux conditions de symétrie imposées par l' isotropie du milieu considéré. Supposons que, le plan de l' onde restant fixe / perpendiculaire à l' axe des Z /, on fasse tourner les axes des X et des Y autour de l' axe des Z d' un angle quelconque. Nos équations doivent rester les mêmes pour ces nouveaux axes à cause de l' isotropie du milieu. Nous sommes ainsi conduits à distinguer parmi les coordonnées (..) deux catégories différentes : I les coordonnées vectorielles qui

seront les composantes de vecteurs fixes dans l'espace, mais dont les projections sur les axes varieront d'après les lois ordinaires quand on fera tourner ces axes et : 2 les coordonnées scalaires, qui ne varieront pas quand les axes tourneront. Prenons le cas de (...) et supposons que l'on ait deux coordonnées vectorielles (...) composantes d'un même vecteur, et deux coordonnées scalaires que je désignerai par (...). Nos équations / Ii / s'écriront : (...). Quand les axes tourneront d'un angle (...), les quantités (...) seront multipliées par (...) et les quantités conjuguées par (...). Donc (...) doit être également multiplié par (...) ne doivent pas changer. J'en conclurai que l'on peut toujours choisir les deux coordonnées

p564

scalaires de telle sorte que notre équation en S soit de la forme : (...). Si nous voulons donc satisfaire aux conditions d'isotropie du milieu, il faut que l'équation en S soit de cette forme. Mais ce n'est pas tout ; le milieu n'est pas seulement isotrope, il est encore symétrique. Nos équations ne doivent donc pas changer quand on remplace notre système d'axes par un système symétrique / le plan de symétrie étant le plan des Xz par exemple /. Nous sommes ainsi amenés à distinguer, parmi les coordonnées vectorielles, celles de la première et de la deuxième sorte, selon que le vecteur correspondant conserve son signe ou change de signe quand on passe d'un système d'axes à son symétrique et nous distinguerons de même parmi les coordonnées scalaires celles de la première sorte, qui conservent leur signe et celles de la deuxième sorte qui en changent. Supposons donc que notre équation soit de la forme / I 3 bis / : quand Y change de signe, (...) doivent changer de signe, c'est-à-dire que sont des coordonnées vectorielles de la première sorte, (...) une coordonnée scalaire de la première sorte, (...) une coordonnée scalaire de la deuxième sorte. En développant le déterminant / I 3 bis /, on trouve : (...). Nous considérerons quatre cas remarquables : (...);

p565

dans chacun de ces cas les racines de l'équation en S que nous venons d'écrire ne dépendront que de la somme (...), qui représente l'intensité du champ. Ces racines ne dépendront donc pas de la direction de ce champ, et par conséquent (...), c'est-à-dire l'écartement des raies dédoublées, serait le même que le champ soit parallèle ou perpendiculaire au rayon. En est-il effectivement ainsi ? L'expérience, en tout cas, ne paraît pas défavorable à cette hypothèse, mais à ma connaissance je ne crois pas qu'il existe des mesures assez précises à ce sujet et qui puissent par conséquent trancher la question.

p577

442-cette dernière partie de notre cours, ne peut être regardée

ni comme un exposé ni comme une critique du travail que M Larmor a récemment présenté à la société royale de Londres sous le titre suivant : *A Dynamical Theory Of The Electric And Luminiferous Medium*. elle contiendra simplement le résumé des réflexions que m' a suggérées la lecture de cette importante communication et qui m' entraîneront souvent bien loin de la théorie de Larmor. C' est ce qui justifie le titre que j' ai choisi pour ce chapitre. Théories optiques. 443-et d' abord je suis conduit, comme M Larmor lui-même, à débiter par un résumé des diverses théories proposées par les savants qui se sont occupés d' optique. Les expériences sur l' optique physique ont mis en évidence l' importance de deux vecteurs que j' introduirai ici sans faire aucune hypothèse sur leur signification théorique. Dans les milieux isotropes, auxquels je me bornerai toujours, pour ne pas compliquer cette exposition, le premier de ces vecteurs est perpendiculaire au plan de polarisation ; j' en désignerai les composantes par / P, Q, R / et je l' appellerai *vecteur de Fresnel* . Le second vecteur est perpendiculaire au rayon lumineux et parallèle au plan de polarisation. Je l' appellerai *vecteur de Neumann* et je le désignerai par (...). Il y a entre ces deux vecteurs, dans un milieu isotrope et transparent, des relations très simples. Si l' on désigne par (...) l' inverse

p578

du carré de la vitesse de la lumière dans le vide et par K le carré de l' indice de réfraction, on aura, (...) c' est-à-dire que la dérivée par rapport au temps de chacun des vecteurs est proportionnelle au " curl " de l' autre vecteur pour employer l' expression anglaise. Il est aisé de voir que les équations / I / résument, pour ainsi dire, les principaux faits expérimentaux relatifs à l' optique et cela indépendamment de toute théorie. C' est dans l' interprétation théorique que les divergences commencent. Pour Fresnel la vitesse d' une molécule d' éther est représentée en grandeur, direction et sens, par le vecteur / P, Q, R / ; pour Mac Cullagh et Neumann, elle est représentée par le vecteur (...). En d' autres termes, pour Fresnel, la vibration est perpendiculaire au plan de polarisation, pour Neumann elle est parallèle à ce plan. Dans toutes les théories mécaniques de la lumière, les vibrations de l' éther sont attribuées à son élasticité ; mais on peut faire sur cette élasticité plusieurs hypothèses ; la plus simple est de la supposer analogue à celle des solides qui tendent à reprendre leur forme primitive, quand une force extérieure les en a écartés . Pour forcer les molécules d' éther à s' éloigner de leur situation d' équilibre, il faut donc dépenser un certain travail qui s' emmagasine dans le fluide et qu' il restitue, quand, rendu à lui-même,

p579

il revient à l'équilibre. C'est ainsi qu'un ressort bandé est un réservoir d'énergie. Le travail ainsi emmagasiné est ce qu'on appelle l'énergie d'élasticité de l'éther. Dans l'hypothèse de Fresnel, la force vive de l'éther a pour expression, (...). Les intégrations sont étendues à tous les éléments de volume (...) de l'espace. Cela revient à dire que la densité de l'éther est proportionnelle à K ; la masse de l'élément (...) est alors proportionnelle à (...); comme la vitesse, dans l'hypothèse de Fresnel, est représentée par le vecteur $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$, la force vive de l'élément (...) est proportionnelle à (...). D'autre part, tout se passera comme si l'énergie potentielle localisée dans un élément (...) très petit, était proportionnelle au volume de cet élément multiplié par le carré du vecteur de Neumann. Dans l'hypothèse de Neumann, au contraire, c'est l'expression $\frac{1}{2} \vec{P}^2$ qui représentera l'énergie potentielle et l'expression $\frac{1}{3} \vec{P} \cdot \vec{Q}$ qui représentera la force vive. Le carré de la vitesse est, dans cette hypothèse (...); l'expression de la force vive montre que la densité de l'éther est supposée constante. Quant à l'énergie potentielle localisée dans un élément très petit de l'espace, elle est proportionnelle au carré du vecteur de Fresnel multipliée par le facteur K qui représente alors l'élasticité de l'éther. Dans l'hypothèse de Neumann, l'élasticité est donc variable

p580

et la densité constante ; c'est l'inverse dans la théorie de Fresnel. Cette variabilité de l'élasticité donne lieu à une difficulté qui est spéciale à la théorie de Neumann et de Mac-Cullagh. La pression de l'éther dans l'état d'équilibre ne peut être nulle, ce que l'autre hypothèse aurait permis de supposer. Elle ne peut non plus être constante, elle doit dépendre de K , et, par conséquent, elle n'est pas la même dans deux milieux différents. Pour que l'équilibre se maintienne malgré cette différence de pression, il faut admettre qu'à la surface de séparation de deux milieux, l'éther est soumis à une force particulière qui rappellerait dans une certaine mesure la capillarité des liquides. C'est ce qu'on appelle la "force de Kirchhoff". On peut échapper à cette hypothèse supplémentaire, qui n'est d'ailleurs pas très gênante, en adoptant les idées de Lord Kelvin sur l'élasticité. L'axe d'une toupie en rotation tend à rester dans la position verticale ; si on l'en écarte, il décrira un petit cône autour de la verticale, comme le fait le fil d'un pendule conique sous l'influence de la pesanteur qui tend à le ramener à sa position d'équilibre. Pour un observateur qui ignorerait son mouvement de rotation, la toupie semblerait obéir à une sorte de force élastique. On peut imaginer des appareils plus compliqués qui reproduisent plus exactement encore les propriétés des corps élastiques et c'est ce qu'a fait Lord Kelvin. Supposons des systèmes articulés dont certaines pièces, jouant le rôle de gyrostats, sont animées d'une rotation rapide. Dans ces systèmes, aucune force n'est en jeu ; et pourtant ils

se comporteront comme s'ils étaient doués d'élasticité. En apparence, on peut y emmagasiner de l'énergie potentielle ; mais ils ne possèdent, en réalité, que de l'énergie cinétique. On peut donc se demander si l'éther n'est pas constitué de la sorte ; si un observateur, disposant de moyens assez puissants pour pénétrer toutes les délicatesses de sa structure intime, ne découvrirait pas que toute son énergie est due à la force vive des tourbillons infinitésimaux qui y sont renfermés. Son élasticité, que la théorie ordinaire explique par des attractions à distance s'exerçant entre les molécules, serait due alors à de simples forces apparentes d'inertie, analogues dans une certaine mesure à la force centrifuge.

p581

Il y a toutefois une différence entre l'élasticité ordinaire, celle des solides, et l'élasticité rotationnelle de Lord Kelvin. Quand on déforme un solide, son élasticité est mise en jeu ; mais elle ne l'est plus quand on le fait tourner en changeant son orientation dans l'espace, mais sans changer sa forme. Il n'en est pas ainsi des systèmes articulés de Lord Kelvin. On ne peut changer leur orientation sans avoir à vaincre une sorte de résistance élastique. On peut donc, avec cette nouvelle manière de voir, supposer que les diverses parties de l'éther tendent à conserver leur orientation, qu'on ne peut les en écarter sans dépenser du travail, et qu'elles y reviennent quand la force extérieure cesse d'agir. On peut greffer l'hypothèse de Lord Kelvin, soit sur la théorie de Fresnel, soit sur celle de Neumann. Dans l'un ou l'autre cas l'énergie totale est représentée par la somme des expressions / 2 / et / 3 / et elle est tout entière cinétique. Seulement, dans l'hypothèse de Fresnel, l'expression / 2 / représente la force vive des vibrations de l'éther qui sont relativement des mouvements d'ensemble ; l'expression / 3 / représente la force vive de mouvements tourbillonnaires beaucoup plus intimes encore / ou plutôt la partie variable de cette force vive /. Dans l'hypothèse de Neumann, c'est l'inverse ; on n'a plus d'ailleurs à supposer l'existence de la force de Kirchhoff. Dans l'un et l'autre cas on peut appeler énergie potentielle apparente, la partie de l'énergie totale qui est due aux mouvements tourbillonnaires intimes. On peut s'étonner qu'en partant de deux points de départ aussi différents, on arrive à la même expression de l'énergie. Dans la théorie ordinaire, une rotation sans déformation n'entraîne pas de résistance élastique, tandis que, dans la théorie de Lord Kelvin elle en fait naître. Comment l'énergie totale a-t-elle même valeur dans les deux cas ? C'est ce qu'au premier abord on a quelque difficulté à s'expliquer. On s'en rend compte en remarquant que l'éther est un milieu indéfini ; une perturbation ne peut atteindre qu'une partie finie de ce milieu, les parties les plus éloignées restant en repos. Il est aisé de se rendre compte que dans un pareil milieu une partie ne peut tourner sans se déformer, sans

subissent une déformation. Si l' on supposait par exemple un cylindre tournant autour de son axe tout d' une pièce pendant que le reste de l' éther demeure en repos, il y aurait là une discontinuité que l' on ne saurait admettre ; il faut supposer entre le cylindre qui tourne avec une vitesse angulaire uniforme et l' éther extérieur en repos, une couche de passage, qui pourra d' ailleurs être aussi mince qu' on le voudra, et où la vitesse ira en décroissant d' une manière continue quand on ira vers l' extérieur. Cette couche de passage serait dans tous les cas, le siège de déformations. Théories électriques. 444-les équations que résument les lois observées des phénomènes électriques présentent une remarquable analogie avec celles de l' optique. Maxwell a le premier remarqué cette analogie et ce sera son éternel titre de gloire. Dans un milieu non magnétique et diélectrique, ces quantités seront liées par des équations identiques aux équations / I /, le coefficient (..) ayant même valeur numérique dans les équations électriques optiques. Dans un milieu magnétique et conducteur, les équations sont un peu plus compliquées et il faut y introduire deux autres paramètres ; à savoir, le coefficient de perméabilité (..) et le coefficient de conductibilité (..). Les équations / I / prennent alors la forme suivante, (..).

Les équations / 4 / contiennent les équations / I / comme cas particulier et on obtient ces dernières en faisant (..). Il nous sera permis dans ce qui va suivre de supposer (..). Nous pouvons en effet adopter l' hypothèse d' Ampère. Alors les milieux qui nous semblent magnétiques devraient, pour un observateur dont les sens seraient assez subtils, apparaître comme dénués de magnétisme mais parcourus par un très grand nombre de courants particuliers. L' identité de la lumière et de l' électricité semble hors de doute d' après ces considérations que des expériences ont confirmées et on y a d' abord cherché une explication nouvelle des phénomènes optiques destinée à faire oublier les anciennes explications mécaniques. Puis on a cherché une explication mécanique commune de la lumière et de l' électricité, et alors l' idée la plus naturelle était de revenir aux théories élastiques dont j' ai parlé plus haut et qui avaient si longtemps paru tout à fait satisfaisantes. Puisqu' elles rendaient compte de la lumière, il s' agissait de les adapter à l' explication de l' électricité. L' adaptation aurait été immédiate, si les équations de l' électricité n' étaient comme nous venons de le voir, plus générales que celles de l' optique. Malheureusement les équations / I / ne sont que des cas particuliers des équations / 4 /. Cette circonstance ne doit pas toutefois nous décourager ; prenons une quelconque des

théories optiques, celle de Fresnel par exemple ; dans cette théorie la vitesse de l' éther est représentée par le vecteur / P, Q, R / ; supposons par conséquent que la vitesse de l' éther soit représentée par la force électrique. Reprenons les équations / 4 /, et interprétons-les en conséquence, elles exprimeront certaines propriétés de l' éther ; ce seront les propriétés qu' il faudra attribuer à ce fluide, si l' on veut conserver la théorie de Fresnel. Au lieu d' appliquer ce procédé d' adaptation à la théorie de Fresnel, on peut l' appliquer à celle de Neumann et Mac-Cullagh et c' est ce qu' a fait M Larmor. Dans l' un et l' autre cas, on est conduit à attribuer à l' éther des

p584

propriétés assez étranges et faites pour nous surprendre au premier abord. Il convient en tout cas d' insister sur ces étrangetés, soit qu' on veuille familiariser les esprits avec elles, soit qu' on les regarde comme des obstacles insurmontables qui ne permettent pas d' adopter ces explications. Adaptation de la théorie de Fresnel. 445-la théorie électromagnétique de la lumière, aujourd' hui confirmée par l' expérience, nous apprend que ce qu' on appelle en optique le vecteur de Fresnel n' est autre chose que la force électrique, et que le vecteur de Neumann est identique avec la force magnétique. Si donc nous voulons conserver la théorie de Fresnel, il faut que nous admettions que la vitesse de l' éther est représentée en grandeur , direction et sens, par la force électrique. Mais cette hypothèse entraîne des conséquences singulières. Considérons une petite sphère électrisée ; la force électrique est partout dirigée suivant le rayon vecteur qui va au centre de la sphère ; telle devrait donc être aussi la direction de la vitesse de l' éther. Il en résulterait qu' une sphère électrisée positivement, par exemple, absorberait constamment de l' éther et qu' une sphère électrisée négativement en émettrait constamment. Et cette absorption ou cette émission devrait durer tant que la sphère conserverait sa charge. En d' autres termes, les parties de l' espace où nous disons qu' il y a de l' électricité positive ou négative seraient celles où la densité de l' éther va constamment en augmentant, ou constamment en diminuant. Cela semble bien difficile à admettre ; comment la densité de l' éther pourrait-elle varier si longtemps toujours dans le même sens, sans que les propriétés de cet éther en paraissent modifiées ? Faudra-t-il donc supposer que la densité est très grande et sa vitesse dans un champ électrique très petite, de sorte que, malgré la durée de l' électrisation, les variations relatives de la densité soient peu sensibles ? Poursuivons néanmoins notre examen. Voyons si cette compressibilité

p585

indéfinie de l' éther n' est pas, sinon plus intelligible, au

moins plus conforme aux hypothèses habituelles qu' il ne semble au premier abord. Un gaz ne transmet pas les vibrations transversales ; cela tient à ce qu' un glissement intérieur entre les couches gazeuses ne provoque pas de résistance élastique ; si même le gaz était dépourvu de viscosité, un mouvement de glissement, une fois commencé se poursuivrait indéfiniment. De même l' éther ne transmet pas les vibrations longitudinales, ce qui peut s' expliquer de deux manières : on peut supposer qu' il est absolument incompressible ; on peut imaginer, et c' est là l' hypothèse que Fresnel est obligé de faire pour expliquer la réflexion, qu' il est au contraire incapable de résister à la compression. La compression dans l' éther, de même que le glissement dans les gaz, ne doit donc pas provoquer de résistance élastique ; et alors quand une particule d' éther a commencé à se contracter ou à se dilater, cette contraction ou cette dilatation se poursuivra indéfiniment. Les hypothèses anciennement admises entraînaient donc déjà cette conséquence que nous jugeons invraisemblable ; on les acceptait pourtant parce qu' on croyait qu' elles n' étaient qu' approchées ; pour adapter la théorie de Fresnel aux phénomènes électriques, il faut au contraire les supposer très près d' être rigoureusement réalisées, et c' est de là que vient la difficulté. Je ne chercherai pas à la lever ; mais je ne puis passer sous silence l' analogie entre les considérations qui précèdent et les sphères pulsantes de Bjerknes. Pendant que l' une de ces sphères se contracte, le mouvement dans le liquide environnant est tout à fait pareil à celui que la théorie précédente attribue à l' éther dans le voisinage d' une charge électrique positive. Quand cette sphère se dilate, elle est au contraire assimilable à une masse électrique négative. On sait que la représentation des phénomènes électrostatiques par les sphères de Bjerknes n' est qu' imparfaite et cela pour deux raisons. La première sur laquelle on a surtout insisté, c' est que le signe des phénomènes est changé. La seconde n' est pas moins importante. Bjerknes fait agir

p586

l' une sur l' autre deux sphères, dont les pulsations ont même période, de plus les pulsations ont toujours même phase, ou bien phase opposée, de telle façon que la différence de phase est toujours égale à (...). En se restreignant ainsi, il représente les phénomènes électriques au signe près ; il serait arrivé sans cela à des lois beaucoup plus compliquées ; supposons, par exemple, trois sphères pulsantes A, B etc ayant même période, mais ayant respectivement pour phase (...); A n' agirait pas sur B, ni B sur C ; mais A agirait sur C. On n' a plus du tout la reproduction des lois de l' électrostatique. Or si l' on admet que l' électricité est due à de semblables oscillations, on pourra supposer à la rigueur que ces oscillations aient toujours même période ; mais il n' y a aucune raison pour que la différence de phase soit toujours (...). Bjerknes était bien forcé de donner à ses sphères un mouvement alternatif, mais l' éther

indéfiniment compressible de la théorie de Fresnel adaptée, nous donne l' image de sphères pulsantes dont la contraction ou la dilatation durerait indéfiniment et pour ainsi dire de sphères pulsantes de période infinie. Les attractions électrostatiques seraient donc immédiatement expliquées, s' il ne restait la difficulté du changement de signe. Elle n' est pas insurmontable et nous y reviendrons. Voici maintenant la signification des équations / 4 / ; adoptant l' hypothèse d' Ampère je suppose . D' où provient le terme en (..) qui s' introduit dans les milieux conducteurs ? L' interprétation en est aisée ; dans les conducteurs qui sont le siège d' un courant voltaïque, il y a réellement un courant continu d' éther ; il y en a un aussi à travers les diélectriques dans un champ électrique ainsi que je l' ai dit plus haut ; mais tandis que l' éther pourrait se déplacer à travers les diélectriques sans subir aucun frottement, il froterait sur la matière des conducteurs, et ce serait la force vive détruite par ce frottement qui se transformerait en chaleur et qui échaufferait le circuit voltaïque. Parmi les mouvements dont l' éther peut être le siège, il y en a qui ne provoquent aucune résistance élastique ; ce sont des

p587

mouvements de cette sorte qui se produisent dans le voisinage d' un circuit parcouru par un courant voltaïque permanent. Mais on ne peut directement passer du repos à un semblable mouvement ou inversement ; il y a nécessairement une phase transitoire où d' autres mouvements se produisent, qui eux sont transversaux et doivent mettre en jeu l' élasticité de l' éther. Ce serait cette réaction élastique qui produirait les phénomènes d' induction. Nous reviendrons plus loin en détail sur tous ces points. Théorie de Larmor. 446-la théorie de Larmor n' est autre chose que l' adaptation de la théorie de Neumann. La vitesse de l' éther est alors représentée en grandeur, direction et sens par le vecteur de Neumann, c' est-à-dire par la force magnétique. Comme nous supposons (..) on a partout, (..), et l' éther apparaît comme incompressible. Si l' on considère un fil rectiligne parcouru par un courant voltaïque, dans le voisinage de ce fil l' éther est en rotation ; chaque molécule décrivant une circonférence qui a pour axe l' axe même du fil ; la vitesse angulaire de rotation est en raison inverse du carré du rayon de cette circonférence. Les phénomènes d' induction électromagnétique sont dûs simplement à l' inertie de l' éther. L' éther est doué de l' élasticité rotationnelle telle que la comprend Lord Kelvin ; on ne peut donc écarter une particule d' éther de son orientation primitive sans avoir à dépenser du travail. Mais cette résistance n' est pas toujours de même nature. Dans les diélectriques, c' est une résistance élastique, et une particule d' éther, écartée de son orientation primitive, y revient dès qu' on l' abandonne à elle-même ; dans les conducteurs c' est une résistance analogue à la viscosité des liquides, cette particule ne tend pas à revenir d' elle-même à son orientation primitive,

et tout le travail dépensé pour l' en écarter a été transformé en chaleur. Les choses malheureusement ne sont pas aussi simples que cela, et il y a une difficulté qui mérite quelque attention. Le couple, qui dans cette théorie, tend à ramener une particule d' éther à son orientation, est représenté en grandeur, direction et sens, par le vecteur de Fresnel, c' est-à-dire par la force électrique / P, Q, R /. Si l' élasticité rotationnelle de Lord Kelvin demeurerait inaltérée, au moins dans les diélectriques, on devrait avoir à un facteur constant près, (..), désignant les composantes du déplacement d' une molécule d' éther à partir de sa position primitive. Il en résulterait que le flux de force électrique qui traverse une surface fermée quelconque dans le diélectrique devrait être nul ; en d' autres termes la charge totale d' un conducteur isolé devrait être nulle . Il est donc nécessaire d' introduire dans la théorie une modification profonde et cette nécessité n' a pas échappé à M Larmor qui s' explique sur ce point en quelques lignes / Proceedings, 7 déci 893, P 447, lignes 7 à 24 /. Pour voir quelle est la modification convenable il n' y a qu' une chose à faire ; reprenons les équations / 4 /, interprétons-les dans le langage de la théorie de Larmor et voyons ce qu' elles signifient. Posons (..), la seconde équation / 4 / deviendra,

Si (..) était constamment nul, on aurait (..), c' est-à-dire que le couple développé par l' élasticité de l' éther tendrait à ramener chaque particule d' éther à son orientation primitive. Supposons maintenant que (..) soit variable ; d' abord nul, ce coefficient prendrait une valeur positive pendant quelque temps, puis redeviendrait nul. C' est à peu près ce qui arrive dans le cas d' une décharge disruptive ; l' air d' abord isolant, cesse de l' être pendant quelques instants au moment de la décharge et perd ensuite de nouveau ses propriétés conductrices. Quelle est alors la signification de l' équation / 5 / ? On aura (..), l' intégrale (..) devant être étendue à toute la durée de la décharge , et étant par conséquent proportionnelle à la quantité d' électricité qui a passé pendant cette décharge ; je puis donc écrire, (..), K étant un coefficient constant et S étant cette quantité d' électricité. Après la décharge, le couple élastique ne tend plus à ramener la particule d' éther à son orientation primitive, c' est-à-dire à une orientation telle que (..), mais à une orientation telle que (..). Pendant la décharge le diélectrique perd son élasticité rotationnelle ; après la décharge il la recouvre, mais profondément modifiée par le passage de l' électricité. l' élasticité des solides nous offre des phénomènes tout semblables. Une barre d' acier soumise à une traction s' allonge, mais pour revenir à sa longueur primitive

dès que la traction cesse. Si on la chauffe au rouge, elle perd son élasticité et devient ductile ; sous la traction, après s'être allongée, elle conservera la longueur qu'elle aura ainsi acquise même quand cette traction aura cessé. Si ensuite on la refroidit, elle recouvrera son élasticité, mais cette élasticité sera modifiée, car elle ne tendra pas à ramener la barre à la longueur qu'elle possédait avant

p590

toutes ces opérations, mais à la longueur qu'elle avait au moment où l'élasticité a été recouvrée. Que se passe-t-il alors dans l'éther qui entoure un corps électrisé ? Chaque particule est soumise à un couple élastique qui tend à la ramener à une orientation donnée, différente / au moins pour celles qui ont été traversées par de l'électricité pendant la charge / de celle qu'elle possédait avant l'électrisation. Les particules étant solidaires les unes des autres, les orientations qu'elles tendent à prendre sont en général incompatibles. Il se produit alors un équilibre où chacune de ces particules est comparable à un petit ressort tendu. Le travail des forces électrostatiques n'est autre chose que l'énergie emmagasinée dans ces petits ressorts. Cette explication ne me satisfait pas encore complètement parce que nous n'avons envisagé que la décharge disruptive, et que nous avons laissé de côté le cas où, pour modifier les charges de deux conducteurs on les met en communication à l'aide d'un fil métallique, pour les isoler ensuite de nouveau en écartant le fil. Mais là on a affaire à des corps en mouvement, et la difficulté est plus grande. Au lieu des équations / 4 / qui sont celles de Hertz /... / il faut considérer les équations beaucoup plus compliquées du second mémoire de Hertz sur les corps en mouvement /... /. J'étudierai ces équations un peu plus loin et je chercherai quelle est leur signification quand on les interprète soit dans le langage de la théorie de Fresnel adaptée, soit dans le langage de la théorie de Larmor. J'aurai ainsi, du même coup, l'explication dans l'une et dans l'autre théorie, des phénomènes mécaniques dont un champ électro-magnétique est le siège, c'est-à-dire des attractions électrostatiques et des actions mutuelles des courants. Pour achever de tracer le programme des questions que je veux traiter dans ce qui va suivre, j'attirerai encore l'attention

p591

sur deux autres difficultés que nous aurons à examiner en détail. Généralement dans les recherches sur l'électricité on admet que les déformations des corps élastiques sont très petites ; ici une semblable hypothèse n'est plus permise ; dans un champ magnétique constant la vitesse de l'éther est également constante d'après l'hypothèse de Larmor, et toujours dans le même sens. Au bout d'un certain temps, les molécules d'éther

doivent avoir éprouvé des déplacements sensibles, et cela même en supposant cette vitesse constante très petite ; car dans les corps magnétiques, il faut supposer l'existence de courants particuliers permanents qui doivent durer depuis l'origine du monde, bien qu'ils ne se manifestent que quand le corps est " magnétisé " c'est-à-dire quand tous ces petits courants sont ramenés par une cause extérieure à une orientation commune. Quelque petite que soit la vitesse de l'éther, un mouvement qui se produit toujours dans le même sens depuis l'origine du monde, a nécessairement produit des déplacements considérables. En second lieu, dans un champ magnétique, l'éther est supposé en mouvement et il devrait entraîner les ondes lumineuses. M Larmor dit à ce sujet à la fin de son travail : " le professeur O Lodge a bien voulu examiner... etc. " ainsi ce mouvement était si lent que les expériences de Mo Lodge, quoique très précises, ne l'étaient pas encore assez pour le mettre en évidence. Pour dire toute ma pensée, j'estime que, ces expériences eussent-elles été cent ou mille fois plus précises, le résultat aurait encore été négatif. Je n'ai à donner à l'appui de cette opinion que des raisons de sentiment ; si le résultat avait été positif, on aurait pu mesurer la densité de l'éther et, si le lecteur veut bien me pardonner la vulgarité de cette expression, il me répugne de penser que l'éther soit si arrivé que cela.

p603

Discussion des autres théories. 452-ainsi la théorie de Hertz satisfait aux deux dernières conditions ; il nous reste à voir qu'elle est la seule qui y satisfasse. Quelles que soient les hypothèses qui nous serviront comme point de départ, nous arriverons toujours à deux groupes de trois équations aux dérivées partielles, analogues à celles de Hertz et auxquelles devront satisfaire les deux vecteurs (\dots) et P, Q, R . Remarquons que les équations de Hertz satisfont aux trois conditions suivantes : 1 elles sont linéaires et homogènes par rapport à (\dots) ; P, Q, R et à leurs dérivées ; 2 elles sont linéaires mais non homogènes par rapport à (\dots) et à leurs dérivées ; 3 elles ne contiennent que des dérivées du premier ordre tant par rapport à T que par rapport à X, Y et Z . Je dis qu'on peut toujours supposer que les équations que l'on doit substituer à celles de Hertz satisfont à ces mêmes conditions : 1 on peut supposer qu'elles sont linéaires par rapport aux composantes de la force électrique et de la force magnétique ; si en effet elles ne l'étaient pas et si les perturbations électromagnétiques étaient très petites, les termes d'ordre supérieur disparaîtraient devant les termes du premier ordre ; si donc ces équations étaient compatibles avec les principes de l'action et de la réaction et de la conservation de l'électricité et du magnétisme, elles ne cesseraient pas de l'être quand on les réduirait à leurs termes du premier ordre par rapport à (\dots) ; P, Q, R . 2 on peut supposer qu'elles sont

linéaires par rapport aux composantes de la vitesse (..) ; si, en effet, on suppose que ces composantes sont très petites, les termes du second degré et de degré supérieur en (..), seront négligeables ; si donc ces quantités étaient compatibles avec les principes, elles ne cesseraient pas de l'être quand on les réduirait à leurs termes d'ordre O et par rapport à (..) ;

p604

3 on peut supposer qu'elles ne contiennent que des dérivées du premier ordre ; si en effet on suppose que la perturbation varie très lentement, c'est-à-dire qu'elle est à *très grande longueur d'onde*, les dérivées d'ordre supérieur seront négligeables : si donc les équations étaient compatibles avec les principes, elles ne cesseraient pas de l'être quand on les réduirait à ceux de leurs termes qui dépendent des dérivées du premier ordre. Supposons donc remplies les trois conditions énoncées plus haut. Pour former les équations nouvelles, nous reprendrons les équations de Hertz et nous ajouterons respectivement aux premiers membres des trois équations du premier groupe les termes complémentaires, (..). Nous ajouterons de même respectivement aux premiers membres des trois équations du second groupe les termes complémentaires, (..). Nous avons obtenu le principe de la conservation du magnétisme en opérant sur les équations du premier groupe, les différentiant respectivement par rapport à X , Y et z et ajoutant. En opérant de cette manière on retrouvera l'équation de la conservation du magnétisme, mais avec le terme complémentaire (..), le principe de la conservation du magnétisme exige donc que (..), de même le principe de la conservation de l'électricité exige que (..).

p605

Ces équations montrent que l'on peut poser (..). Si nous voulons, comme nous l'avons supposé plus haut, que les équations ne contiennent que des dérivées du premier ordre, il faut que les nouvelles fonctions auxiliaires (..) dépendent seulement de (..) et non pas de leurs dérivées. Ces fonctions seront d'ailleurs linéaires et homogènes par rapport à (..), puisque les équations doivent être linéaires et homogènes par rapport à ces composantes et à leurs dérivées. Elles seront d'autre part linéaires et homogènes par rapport à (..) ; en effet les équations ne doivent contenir que des termes d'ordre 0 et d'ordre I par rapport à ces composantes et à leurs dérivées ; il est évident d'ailleurs que (..), qui doivent disparaître dans les équations relatives à l'électrodynamique des corps en repos, ne contiennent pas de termes de degré 0 en (..). Il nous reste à voir si ces équations peuvent être compatibles avec le principe de la réaction. Pour cela je rappelle comment nous avons obtenu dans la théorie de Hertz le principe de la conservation de l'énergie / vide supra, 2 e partie /. Nous étions arrivés à une équation (..),

p606

où J représentait l' énergie électromagnétique, (..) le travail des forces extérieures, K la chaleur de Joule. En opérant de même sur les équations transformées nous obtiendrons : (..), (..) figure déjà dans l' équation / 5 / ; K est la chaleur de Joule ; enfin (..) est un terme complémentaire provenant des termes complémentaires (..). On aura donc, (..). Le signe (..) représente toujours une somme de trois termes et on déduit les deux derniers du premier en permutant circulairement (..). L' intégration par parties nous donne, (..). Soient A, B, C, les composantes de la force pondéromotrice dans la théorie de Hertz ; soient (..) les composantes de cette même force dans la théorie transformée. Le terme (..) représentera alors le travail de la force pondéromotrice (..). Comme la force de la théorie de Hertz / A, B, C / satisfait au principe de la réaction, il faut que la force complémentaire (..) y satisfasse également et par conséquent que l' on ait (..). Ces conditions peuvent encore s' énoncer autrement : *il faut que (..) soit nul quand on donne (..) , des valeurs constantes.*

p607

si donc nous donnons à (..), des valeurs constantes quelconques, et que nous remplacions (..) par des fonctions quelconques de X , Y, Z s' annulant à l' infini, l' intégrale (..) devra s' annuler. Mais (..) peut encore s' écrire sous la forme d' une somme de trois termes en posant : (..). Je dis que les trois termes U, V, W doivent s' annuler tous les trois. En effet, remplaçons les six composantes (..) par six fonctions quelconques de X, Y, Z ; la somme (..) devra s' annuler. Remplaçons maintenant ces mêmes composantes par les six mêmes fonctions de étant trois coefficients constants arbitraires /. U se changera en (..). Et comme Ti reste toujours nul, on devra avoir, (..), et cela quels que soient les coefficients (..) ; on doit donc avoir séparément, (..). Dans U, la fonction sous le signe (..) est linéaire, d' une part par

p608

rapport à (..), d' autre part par rapport aux dérivées de ces six composantes prises par rapport à X. Considérons une intégrale de la forme, (..). Quelle est la condition pour que cette intégrale s' annule, quelles que soient les fonctions (..) qui seront seulement assujetties à s' annuler à l' infini ? Je dis que la condition nécessaire est suffisante, c' est que la quantité sous le signe (..) soit une dérivée exacte. En effet, d' après ce que nous avons dit plus haut, la condition est évidemment suffisante et on a en particulier, (..). L' intégrale proposée se réduit donc à, (..). Comme (..) est une fonction *arbitraire de X, Y, Z* , le produit (..) sera aussi une fonction absolument arbitraire de ces variables et l' intégrale ne pourra s' annuler que si (..), c' est-à-dire si, (..), est une différentielle exacte. La condition

est donc nécessaire. Considérons maintenant une intégrale où la fonction sous le

p609

signe (..) sera linéaire, d'une part par rapport à N fonctions arbitraires. (..) ; d'autre part par rapport à leurs dérivées : . La condition nécessaire et suffisante pour que cette intégrale s'annule toujours, sera encore que la quantité sous le signe (..) soit une dérivée exacte. La condition est évidemment suffisante. Je dis qu'elle est également nécessaire. En effet les fonctions étant arbitraires, l'intégrale devra être nulle, en particulier quand toutes ces fonctions, seront identiquement nulles sauf deux ; si donc nous égalons à zéro toutes les fonctions (..), sauf deux, la quantité sous le signe (..) doit être une dérivée exacte ; les termes (..) doivent donc avoir même coefficient : ce qui veut dire que les conditions d'intégrabilité doivent donc être remplies. Appliquons cette règle au cas qui nous occupe. Nous verrons que, (..) et de même (..), doivent être des différentielles exactes. La première de ces expressions, où ne figurent ni (..) doit être la différentielle d'une fonction indépendante de (..) et de P. Donc, (..) ne dépendent ni de (..) ni de P ; et de même (..) ne dépendent ni de P ni de Q ; (..) ne dépendent ni de (..) ni de R.

p610

Il résulte de là que (..) peuvent dépendre seulement de (..) et de P ; (..) seulement de (..) et de Q ; (..), seulement de (..) et de R. Les conditions d'intégrabilité nous donnent ensuite, (..). On trouverait de même (..). Ainsi (..), ne pourront dépendre respectivement que de (..). Les conditions d'intégrabilité donnent enfin, (..). C'est-à-dire que (..) devront se réduire à un même facteur près à P, Q, R ; (..). Ce facteur constant devra d'ailleurs être une fonction linéaire et homogène de (..). Mais si nous faisons intervenir une condition nouvelle, celle de l'*isotropie*, nous verrons que ce facteur constant doit être nul ; car si ce facteur s'écrivait par exemple (..), la direction dont les cosinus directeurs sont proportionnels à (..) jouerait un rôle prépondérant. Il résulte de là que les termes complémentaires (..), doivent être nuls. *ainsi la théorie de Hertz est la seule qui soit compatible avec le principe de la conservation de l'électricité et du magnétisme et avec celui de l'égalité de l'action et de la réaction.*

p611

conclusions provisoires. 453-il résulte de tout ce qui précède qu'aucune théorie ne peut satisfaire à la fois aux trois conditions énoncées au début du N 45 i ; car la théorie de Hertz est la seule qui satisfasse aux deux dernières et elle ne satisfait pas à la première. Nous ne pourrions par conséquent espérer d'échapper à cette difficulté qu'en modifiant

profondément les idées généralement admises ; on ne voit pas bien d' ailleurs, dans quel sens cette modification devrait se faire. Il faut donc renoncer à développer une théorie parfaitement satisfaisante et s' en tenir provisoirement à la moins défectueuse qui paraît être celle de Lorentz. Cela me suffira pour mon objet qui est d' approfondir la discussion des idées de Larmor. Sous quelles formes pourrons-nous mettre cette théorie de Lorentz ? Ces formes sont diverses et on doit choisir l' une ou l' autre selon le but qu' on se propose. Dans cette théorie, on envisage une multitude de particules chargées mobiles, qui circulent à travers un éther immobile en conservant une charge invariable. L' éther est d' ailleurs parcouru par des perturbations électromagnétiques. Nous pouvons alors conserver les équations de Hertz, mais en donnant aux quantités qui y entrent des valeurs très différentes, selon que le point Xyz se trouvera dans une particule chargée ou dans l' éther. Dans l' éther on aura, (..) puisque l' éther n' est pas supposé entraîné par le mouvement de la matière. On aura d' autre part (..). Dans une particule chargée on aura, (..),

p612

puisque la charge demeure constante et que ces particules ne sont pas le siège de courants de conduction proprement dits. Dans cette manière de voir il n' y a nulle part de magnétisme proprement dit et le magnétisme apparent est dû seulement aux courants particuliers d' Ampère. Sous cette forme les phénomènes électromagnétiques sont vus pour ainsi dire au microscope et les apparences ayant disparu, on ne voit plus que la réalité ou plutôt ce que Lorentz regarde comme tel. On est ainsi en possession d' un instrument qui peut être utile pour la discussion que nous avons en vue. Mais les équations sous cette forme se prêtent mal aux applications où les apparences, c' est-à-dire en somme les phénomènes moyens, importent seuls. En se plaçant à ce point de vue, on peut écrire les équations de la façon suivante ; on conservera les équations de Hertz, seulement dans les équations / 1 / et / 2 /, on affectera les termes : , de coefficients constants qui dépendront de la nature du milieu, qui seront égaux à 0 pour l' éther, à 1 pour les conducteurs parfaits et auront des valeurs intermédiaires pour les diélectriques autres que l' air. Il est à peine nécessaire d' ajouter que cette théorie, si elle peut nous rendre certains services pour notre objet, en fixant un peu nos idées, ne peut nous satisfaire pleinement, ni être regardée comme définitive. Il me paraît bien difficile d' admettre que le principe de réaction soit violé, même en apparence, et qu' il ne soit plus vrai si l' on envisage seulement les actions subies par la matière pondérable et si on laisse de côté la réaction de cette matière sur l' éther. Il faudra donc un jour ou l' autre modifier nos idées en quelque point important et briser le cadre où nous cherchons à faire rentrer à la fois les phénomènes optiques et les phénomènes électriques. Mais même en se bornant aux

phénomènes optiques proprement dits, ce qu' on a dit jusqu' ici pour expliquer l' entraînement partiel des ondes n' est pas très satisfaisant.

p613

L' expérience a révélé une foule de faits qui peuvent se résumer dans la formule suivante : il est impossible de rendre manifeste le mouvement absolu de la matière, ou mieux le mouvement relatif de la matière pondérable par rapport à l' éther ; tout ce qu' on peut mettre en évidence, c' est le mouvement de la matière pondérable par rapport à la matière pondérable. Les théories proposées rendent bien compte de cette loi, mais à une condition : il faut négliger le carré de l' aberration ; or cela ne suffit pas ; la loi semble être vraie même sans ces restrictions, ainsi que l' a prouvé une récente expérience de M Michelson. Il y a donc là aussi une lacune qui peut ne pas être sans quelque parenté avec celle que le présent paragraphe a pour but de signaler. Et en effet, l' impossibilité de mettre en évidence un mouvement relatif de la matière par rapport à l' éther, et l' égalité qui a sans doute lieu entre l' action et la réaction sans tenir compte de l' action de la matière sur l' éther, sont deux faits dont la connexité semble évidente. Peut-être les deux lacunes seront-elles comblées en même temps. Imitations hydrodynamiques. J' ai parlé précédemment des sphères pulsantes de Bjerknes et de l' imitation par ces sphères des phénomènes électrostatiques. J' ai fait ressortir l' analogie des mouvements qui se reproduisent dans l' eau au voisinage des sphères pulsantes et de ceux qui se produiraient dans l' éther au voisinage d' un corps électrisé dans la théorie de Fresnel adaptée. Malheureusement, ainsi que j' ai dit plus haut, l' analogie n' est pas complète ; les mouvements des sphères pulsantes et ceux qu' elles excitent dans les liquides sont alternatifs et périodiques. Avec la théorie de Fresnel adaptée, au contraire les mouvements qui règnent dans l' éther doivent être continus. Bjerknes a été amené à adopter des mouvements périodiques par suite de nécessités mécaniques ; mais il en résulte,

p614

comme je l' ai dit plus haut, que son imitation est imparfaite ; deux sphères pulsantes dont la phase est la même sont assimilables à deux conducteurs portant de l' électricité de même nom ; deux sphères dont la phase diffère de (..) sont assimilables à deux conducteurs portant de l' électricité de nom contraire ; mais deux sphères dont la différence de phase n' est ni 0 ni π ne sont assimilables à rien . L' imitation serait bien plus parfaite si le mouvement des sphères était continu au lieu d' être alternatif ; si le rayon de chaque sphère variait toujours dans le même sens avec une vitesse uniforme. Seulement il faudrait que le rayon des sphères fut assez grand, la vitesse de

pulsation assez lente, la durée de l'expérience assez courte pour que pendant cette durée, les variations du rayon fussent négligeables. Ces conditions sont difficilement réalisables si l'on veut que les actions mutuelles des sphères soient sensibles. Si elles l'étaient cependant, on se rapprocherait des conditions de la théorie de Fresnel adaptée et on s'affranchirait de la difficulté relative de la phase que je viens de signaler. Une difficulté capitale subsisterait encore pourtant ; les effets hydrodynamiques sont bien l'image des effets électrostatiques, mais ils en sont une image renversée. Deux sphères de même phase s'attirent, tandis que deux corps portant de l'électricité de même nom se repoussent. Il y a inversion. Les phénomènes électrodynamiques de même que les phénomènes électrostatiques, sont susceptibles d'une imitation hydrodynamique. Lord Kelvin dans ses popular lectures parle d'un projet de modèle hydrokinétique dont je voudrais rappeler succinctement les principes. Imaginons que dans un liquide indéfini soient plongés deux corps solides (..) dont la forme sera annulaire ; chacun de ces corps sera formé d'un fil de faible section qui sera recourbé de façon que ses deux extrémités se rejoignent ; on obtient ainsi une sorte d'anneau fermé. Soient U , V , W les composantes de la vitesse d'une molécule liquide et envisageons l'intégrale (..),

p615

prise le long d'un contour fermé quelconque. Nous distinguerons trois sortes de contours fermés auxquels tous les autres peuvent se ramener. Ceux de la première sorte seront ceux qui ne s'entrelacent pas avec les corps annulaires (..) ; on peut les réduire à un point par déformation continue et sans qu'ils cessent d'être tout entiers dans le liquide, sans qu'à aucun moment ils touchent (..). Ceux de la seconde sorte s'entrelacent une fois avec C . Tel serait par exemple le périmètre de la section du fil qui forme le corps C . Ceux de la troisième sorte s'entrelacent une fois avec (..). Il est clair qu'un contour quelconque peut être regardé comme la combinaison de divers contours appartenant à l'une de ces trois sortes. Je suppose qu'à l'origine du temps on ait : (..), pour un contour de la première sorte, (..), pour un contour de la deuxième sorte, (..), pour un contour de la troisième sorte. En vertu du théorème de Helmholtz sur les tourbillons, ces équations vraies à l'origine des temps, ne cesseront jamais de l'être. Les lettres (..) désignent donc des constantes. Mais si l'on se rappelle les lois suivant lesquelles un champ magnétique est engendré par un courant, on apercevra immédiatement la conséquence suivante. La vitesse U , V , W du liquide représente en grandeur, direction et sens, la force magnétique engendrée par deux courants, l'un d'intensité I suivant le fil C , l'autre d'intensité (..) suivant le fil (..). Ainsi dans le modèle de Lord Kelvin, la vitesse du liquide est

dirigée suivant la force magnétique, tandis que dans le modèle de Bjerknes elle est dirigée suivant la force électrique. En d'autres termes, dans le modèle de Lord Kelvin, la vitesse du liquide est la même que celle de l'éther dans la théorie de Larmor : dans le modèle de Bjerknes elle est la même que celle de la théorie de Fresnel adaptée. Lord Kelvin a montré que les deux corps (...) ainsi plongés dans un liquide en mouvement, exercent l'un sur l'autre des actions mécaniques apparentes, et que ces actions sont les mêmes, au sens près que celles qui s'exerceraient entre les deux courants que je viens de définir, et qui suivent l'un le fil C avec l'intensité I, l'autre le fil (..) avec l'intensité (..). Les actions mécaniques d'origine hydrodynamique suivent absolument les mêmes lois que les actions d'origine électrodynamique : seulement il y a inversion ; si les premières sont des répulsions, les secondes seront des attractions et inversement. Il est manifeste que l'explication des actions électrostatiques dans la théorie de Fresnel adaptée doit se rattacher aux expériences de Bjerknes ; et que d'autre part l'explication des actions mutuelles des courants dans la théorie de Larmor doit se rattacher au modèle de Lord Kelvin. Mais la difficulté provient de l'inversion. Il nous faut avant tout pénétrer les raisons de cette inversion.